ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

Томский государственный педагогический университет

**Э.Г. Гельфман, Л.Н. Демидова,
Н.И. Зильберберг, И.Г. Просвирова**

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Рабочая тетрадь по математике

5 класс

**Томск
Издательство Томского государственного
педагогического университета
2007**

Гельфман Э.Г., Демидова Л.Н., Зильберберг Н.И., Просвирова И.Г. Натуральные числа: Рабочая тетрадь по математике. 5 класс. Томск: изд-во Томского государственного педагогического университета, 2007. 96 с.

Рабочая тетрадь является приложением к развивающему программному комплексу по математике.

Авторы благодарят за помощь
в подготовке данной тетради: *Е.А. Тимошенко,*
А.Г. Подстригич,
И.И. Ващенко,
Е.К. Ячменеву,
Я.С. Гриншпона

При подготовке рабочей тетради была использована литература

1. Айзенк Г. Классический *IQ* тесты. М.: Эксмо, 2006. 192 с.
2. Александрова Э.И. Рабочая тетрадь по математике № 1 (4 класс). М.: Вита, 2005. 32 с.
3. Андронов И.К. Арифметика натуральных чисел. М.: УчПедГиз, 1954. 192 с.
4. Бура М.Н. Математика. 2 кл. Дидактический материал. Томск: Пеленг, 2002. 112 с.
5. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. и др. Математика для 5 кл. М.: Мнемозина, 1997. 384 с.
6. Зубарева И.И. Математика. 5 кл.: Рабочая тетрадь № 1. М.: Мнемозина, 2006. 64 с.
7. Игнатьев В.А., Шор Я.А. Сборник арифметических задач повышенной трудности. М.: Просвещение, 1968. 240 с.
8. Киселев А.П. Систематический курс арифметики. Орел: Издво орловского ГУ, 2002. 264 с.
9. Гельфман Э.Г., Демидова Л.Н., Лобаненко Н.Б. Математика. 5 кл. Ч. 1. М.: Просвещение, 2004. 320 с.
10. Материалы, предоставленные Звит Мордкович (Израиль).
11. Шевченко И.Н. Учебник для 5 и 6 классов восьмилетней и средней школы. М.: Просвещение, 1966. 216 с.
12. Я иду на урок. 5 класс. Книга учителя. М.: Олимп; Первое сентября, 1999. 352 с.

Дорогой пятиклассник!

Рабочая тетрадь по теме «Натуральные числа» включает три раздела.

Первый раздел состоит из заданий тренировочного характера по темам: позиционная запись натуральных чисел; сравнение и округление; сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел; некоторые признаки делимости чисел.

В заданиях второго раздела рабочей тетради вам предлагается исследовать свойства арифметических действий с натуральными числами.

Здесь же вы встретите задания, содержащие фрагменты из разных учебников и пособий по математике. Выполняя эти задания, вы научитесь приемам работы с научно-популярным текстом.

В третьем разделе мы предлагаем вам познакомиться с одним из видов натуральных чисел – «удачными числами»; поработать над олимпиадными заданиями; выполнить творческие, проектно-исследовательские задания по теме «Натуральные числа».

Свою работу вы можете выполнять последовательно, переходя от раздела к разделу. А можете выбрать понравившийся вам раздел, справиться с ним и получить от этого удовольствие!

Удачи вам в этой работе!

Содержание

Твоя страница

Что для вас стало важным, полезным и интересным после изучения этих разделов? Можно использовать схемы, рисунки, написать сочинение и т.д.

Задание 24. Ученики спорят о том, куда ставить свой знак первому игроку. Один утверждает, что в центральную клетку. Второй – что больше шансов выиграть, если при первом ходе поставить свой знак в одну из угловых клеток. Кто из ребят прав?

Задание 25. Изменим правила игры в крестики-нолики: игрок, делая ход, может ставить любой из знаков ○ или ×. Выигрывает тот, кто первый получает три ○ или три знака ×. Кто выигрывает в такой игре: игрок, который начинает первым или вторым?

Задание 26. Теперь изменим поле, на котором проводится игра, добавив еще одну клетку (Таблица 5). Выигрыш определяется по обычным правилам. Кто выигрывает в такой игре: первый или второй игрок?

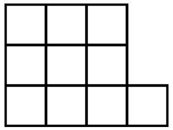


Таблица 5

Задание 28. Предложите свой вариант игры в крестики-нолики и проанализируйте ее.

Задание 29. Подготовьте презентацию об игре в крестики-нолики.

Задание 30. Составьте энциклопедию «Натуральные числа».

Задание 31. Подготовьте театральное представление или математический праздник «Так считали на Руси».

Задание 32. Предложите игры с натуральными числами. Ваш проект может называться «Игротека по натуральным числам».

Раздел I.
ПОТРЕНИРУЙТЕСЬ В ДЕЙСТВИЯХ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Позиционная запись натуральных чисел

Задание 1. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:

а) 592 =

б) 5902 =

в) 50920 =

г) 59200 =

Задание 2. Запишите натуральное число, если его представление в виде суммы разрядных слагаемых записано так:

а) $300 + 20 + 4 =$

б) $1000 + 20 + 4 =$

в) $3 \cdot 1000 + 200 + 4 =$

г) $3 \cdot 10000 + 2 \cdot 100 + 40 =$

Задание 3. Сколько различных трехзначных натуральных чисел можно записать с помощью цифр:

а) 1, 3, 5;   б) 7, 0, 9,

причем в записи полученных чисел цифры не должны повторяться.

Запишите в каждом случае наименьшее и наибольшее числа.

а)

б)

Задание 4. Запишите словами числительное:

а) 758

б) 1592

в) 20007

Задание 5. Запишите цифрами число

а) три тысячи пятьдесят

б) сто две тысячи восемьдесят семь

в) четырнадцать миллионов триста

г) двадцать пять сотен

д) восемьсот десятков пять

Задание 6. Заполните пропуски в таблице:

Сотни тысяч	Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Чтение
		2	0	5	3	Две тысячи...
						Семьдесят две тысячи четыреста восемьдесят
1	1	1	0	0	0	
	1	0	1	0	1	
9	9	9	9	0	9	

Задание 15. Подготовьте учебные материалы по теме «Натуральные числа» для учеников, которые испытывают затруднения в этой теме.

Задание 19. Проведите исследование по теме «Натуральные числа и действия с ними в профессиях родителей».

Побеседуйте с родителями о том, как они применяют натуральные числа в своей профессии. Обсудите результаты с одноклассниками. Составьте список вопросов, которые следует уточнить у родителей. Обобщите результаты опросов. Подготовьте сообщение по теме исследования.

Как выиграть в игре «Крестики-нолики»?..

Задание 20. Известная игра в крестики-нолики проходит по обычным правилам. Первые два хода были сделаны (смотрите Таблицу 1). Теперь ход первого (он ставит знак ×). Докажите, что у него имеются такие ходы, при которых он выигрывает независимо от ходов второго.

	×	

Таблица 1

		O
		×

Таблица 2

Задание 21. Вновь выполнены два хода (Таблица 2). Есть ли теперь выигрыш у первого игрока?

Задание 22. Вновь выполнены два хода (Таблица 3). Есть ли теперь выигрыш у первого игрока?

	O	
		×

Таблица 3

	×	

Таблица 4

Задание 23. Первый поставил знак в центр (Таблица 4). Второй утверждает, что он не проиграет в игре. Согласны ли Вы с таким утверждением второго?

Указание. Используйте запись двузначного числа и примеры чисел, о которых идет речь в задании.

Задание 10. Предложите правила и задания для проведения конкурса членов клуба «Что? Где? Когда?» по теме «Натуральные числа».

Задание 11. Предложите правила и подготовьте задания для математической дуэли «Отцы и дети» (по теме «Натуральные числа»).

Играют две команды – детей и их родителей. Обе команды должны приготовить друг для друга определенные задачи: ребусы, задачи с числами и др.

В жюри могут входит учителя и старшеклассники.

Первый этап: обмен заданиями.

Второй этап: задачи командам предлагает ведущий. Это могут быть задачи на проверку, внимание, запоминание и др. Команды представляют свои решения.

Третий этап: игровые задания. (Например «Веселая рыбалка»: за ширмами к удочкам прикреплены задачи. Рыбак вытягивает рыбку и решает задачу, которая ему попалась. Это должны быть простые задачи, но с веселым текстом.)

Четвертый этап: задания для болельщиков.

Пятый этап:

– для детей: знают ли они, как их родителям помогает математика на работе и в жизни (рассказывает дети и их родители по очереди). Оцениваются ответы детей в сравнении с ответами родителей.

– для родителей: знают ли они, что их дети изучают на уроках математики.

Шестой этап: подведение итогов.

Задание 12. Подготовьте презентацию об удачных числах.

Задание 13. Составьте программу, которая последовательно, начиная с 11 до 9999, выдавала бы только удачные числа и выполняла подсчет количества удачных чисел. Найдите количество удачных чисел.

Запишите число, которое получится, если в каждой строке данной таблицы все цифры сдвинуть влево на одну позицию.

Задание 7. Допишите слева от данного числа ему предшествующее натуральное число, а справа — следующее за ним натуральное число:

а) ____; 2030; ____; г) ____; 2900; ____;

б) ____; 531; ____; д) ____; 9999; ____;

в) ____; 1000; ____; е) ____; 1; ____.

Во всех ли случаях удалось найти такое натуральное число?

Задание 8. Сравните величины, поставив в «окошко» знак $<$; $>$ или $=$:

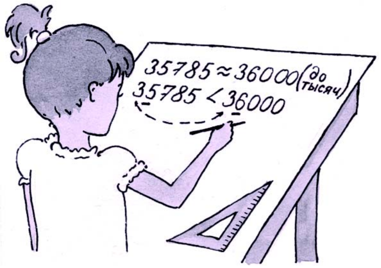
а) 123 см ◯ 1 м; е) 1235 кг ◯ 12 ц;

б) 234 дм ◯ 30 м; ж) 3585 г ◯ 4 кг;

в) 376 мм ◯ 4 дм; з) 973 кг ◯ 1 т;

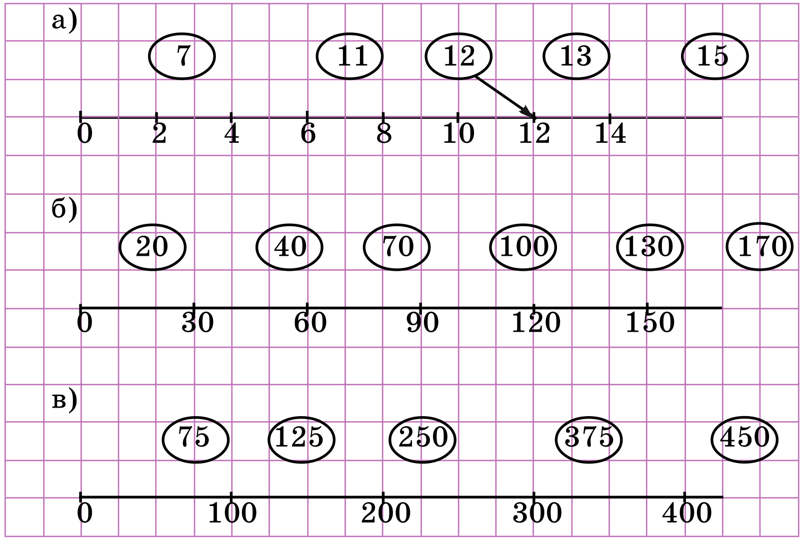
г) 1052 м ◯ 2 км; и) 15000 г ◯ 15 кг.

д) 759 г ◯ 1 кг;

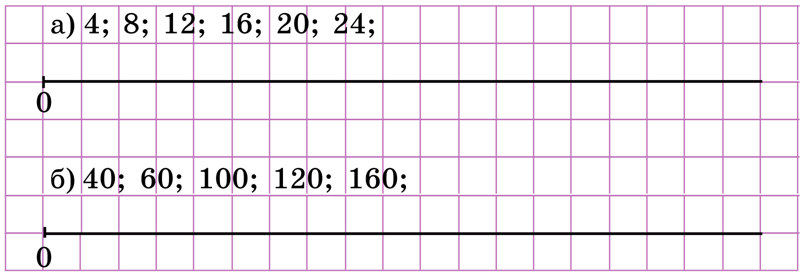


Сравнение и округление натуральных чисел

Задание 9. Покажите стрелками, где на числовом луче вы бы расположили числа:



Задание 10. Изобразите на координатном луче числа. Достройте данный луч так, чтобы он стал числовым лучом. Отметьте на нем точки, соответствующие числам:



ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

В этом разделе Вам предлагаются задания, которые Вы выбираете по своему желанию и в соответствии с Вашими интересами. Выполнение этих заданий требует затрат времени и усилий. На основе результатов, полученных Вами, могут быть подготовлены сообщения на конференции и конкурсы разного уровня. Выполнять задания можно индивидуально или с другими учениками; под руководством учителя, другого специалиста, консультанта или полностью самостоятельно.

Задание 1. Изучите и оформите материал по истории записи натуральных чисел.

Задание 2. Попробуйте сочинить сказки, в которых фигурируют числа.

Задание 3. Если у Вас есть возможность работать на компьютере, то подготовьте презентацию по теме «Натуральные числа».

Задание 4. Найдите числа-экспонаты для кунсткамеры натуральных чисел. Например, рассмотрите числа 13 и 64. Их сумма равна 77. Переставьте местами цифры в каждом из этих чисел. Получим 31 и 46. Сумма этих чисел тоже равна 77. Много ли таких двузначных чисел? Определите условие, которому должны удовлетворять цифры двузначных чисел, чтобы для них выполнялось такое свойство. Можно ли найти трехзначные числа с аналогичным свойством? Найдите другие числа, которые Вы бы поместили в кунсткамеру натуральных чисел.

Задание 20. Разрезания запишите в виде восьмизначных чисел, где разрезанию по горизонтали соответствует, например, единица, а по вертикали — двойка.

Задание 21. Введите неизвестное и составьте уравнение. Другое решение — начните с конца, то есть выполните обратные вычисления, начиная с последнего действия.

Задание 22. Начните решать задачу с конца ее условия, то есть с младшего брата.

Задание 24. Подумайте, в результате перемножения каких чисел получается нуль в конце произведения.

Задание 25. Найдите делители числа 2007.

Задание 26. Определите, какие шары могут лежать в каждой урне. Потом рассмотрите разные варианты выбора. К примеру, в первой урне могут быть ЧЧ или БЧ. Если взяли черный шар из первой урны, то там может быть любой из случаев ЧЧ или БЧ. Таким образом распознать состав шаров в урнах не можем. Убедились, что из первой урны брать шар не имеет смысл.

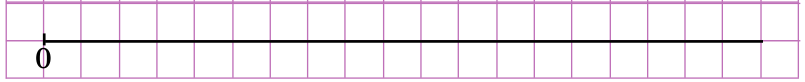
Задание 27. Переберите варианты, какое из высказываний истинно.

Задание 28. В каждом случае определите максимальное число шаров, при которых еще нет «нужного» набора шаров, потом добавьте еще один шар.

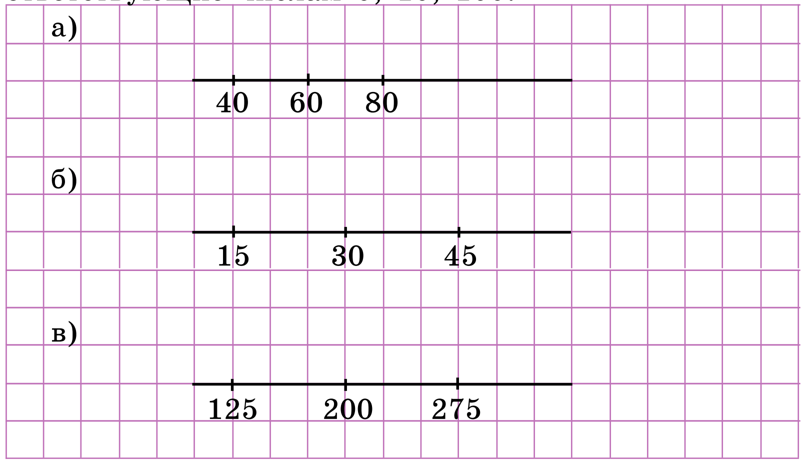
Задание 29. Выберите любой из чемоданов и найдите, сколько нужно предпринять попыток, чтобы точно определить нужный ключ.

Задание 30. Исследуйте числа, которые нельзя ставить с единицей; с двойкой и т.д.

в) 100; 200; 250; 400.



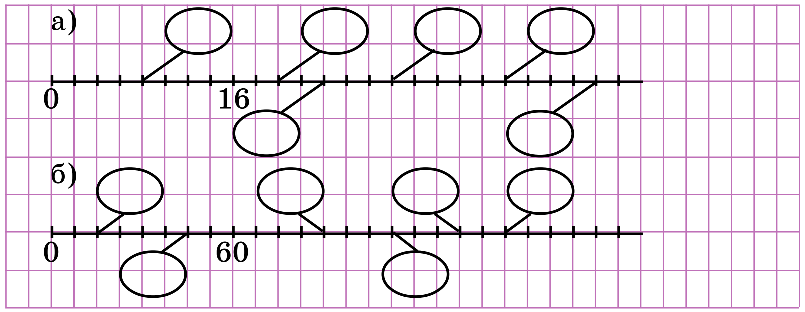
Задание 11. Отметьте на числовом луче точки, соответствующие числам 0; 10; 100.



Сколько натуральных чисел расположено между числами:

а) 60 и 80
б) 30 и 45
в) 125 и 275

Задание 12. Впишите числа, соответствующие указанным точкам числового луча.



Задание 13. Отметьте на координатном луче точку, соответствующую натуральному числу, если известно, что оно расположено между числами:

а) 1380 и 1390.

Сколько таких точек можно отметить?

б) 350 и 1350.

Сколько таких точек можно отметить?

Продолжите предложение:

«Чтобы вычислить, сколько натуральных чисел расположено между двумя данными натуральными числами, нужно

Задание 14. Округлите число 14548

а) до десятков;

б) до сотен;

в) до тысяч ;

г) до десятков тысяч.

Указания к задачам для подготовки к олимпиаде

Задание 1. Представьте выражение в виде

$$(1 + 2006) + (2 + 2005) + \ldots + 2007.$$

Задание 2. Найдите наименьшее число, запись которого состоит только из единиц, делящееся на 37. Используя найденное число, распишите число из условия задачи.

Задание 3. Подумайте, на какое число надо умножить трехзначное число, чтобы получить два одинаковых трехзначных числа, записанных друг за другом.

Задание 4. Переберите варианты, каким днем недели является первое число месяца.

Задание 5. Внимание: не говорится, ровно 30 дней!

Задание 8. Разберите два случая, когда все цифры одинаковы и когда одна из цифр отличается от трех остальных. Во втором случае отличающаяся цифра может стоять на любой из четырех позиций.

Задание 10. Для сокращения перебора определите, каким может быть количество монет в 5 сольдо.

Задание 12. Убедитесь, что количество новых банков должно делиться на три.

Задание 13. Могут ли Николай и Петр быть родственниками?

Задание 14. Подумайте, какой должна быть первая цифра, чтобы получить наименьшее или наибольшее число.

Задание 16. Нужно использовать дробные числа.

Задание 17. Исходя из первой и последней цифр суммы, определите значение Д и четность А. Потом примените перебор.

Задание 18. Используйте такие числа x, y и z, чтобы цифры a, b и c сохранились в записи числа $ax + by + cz$.

Задание 19. Команды могут сыграть не менее трех и не более пяти партий. Результаты игры удобно записывать в виде числа, каждая цифра которого указывает, первая или вторая команда выиграла данную партию.

Задание 25. Существует ли такое натуральное число, произведение цифр которого равно 2007?

Задание 26. В одном ящике лежало 2 белых шара, в другом — 2 черных, в третьем — один белый и один черный шары. На каждом ящике висела табличка, указывающая его состав:

Б	Б		Ч	Ч		Б	Ч

Шутник перевесил таблички так, что теперь каждая табличка неправильно указывает состав урны. Как, вынув один шар, определить состав каждой урны?

Задание 27. Между Витей, Петей и Колей состоялась беседа.

Витя: У Мити больше 500 книг.

Коля: Нет, у Мити книг меньше.

Петя: Одна книга у Мити наверняка есть.

Если известно, что только одно из высказываний истинно, то сколько же книг у Мити?

Задание 28. В ящике лежат шары: 7 красных, 5 зеленых и 2 синих. Какое минимальное количество шаров нужно вынуть (не заглядывая в ящик), чтобы среди них обязательно были:

а) шары двух разных цветов;

б) шары трех разных цветов;

в) два шара одного цвета?

Задание 29. Перед вами 7 чемоданов. Вам даны 7 разных ключей, каждый из которых подходит только к одному из чемоданов. Неизвестно только, какой ключ подходит к какому чемодану. Какого наименьшего количества попыток точно хватит для определения ключей ко всем чемоданам?

Задание 30. Можно ли расположить числа 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел не делится ни на 3, ни на 5, ни на 7?

Задание 15. До какого разряда проведено округление данного числа:

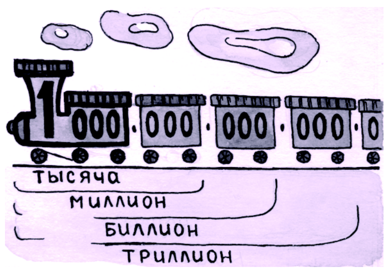
а) 13539 ≈ 14000	(до	);
б) 1435 ≈ 1000	(до	);
в) 2056 ≈ 2100	(до	);
г) 16205 ≈ 16210	(до	);
д) 9999 ≈ 10000	(до	).

Задание 16. Предлагаем вам отрывок из текста, который можно найти в энциклопедии «Аванта плюс».

Названия больших чисел

Число 2 немец произнесёт как «цвай» (пишется zwei), англичанин — как «ту» (two). А вот число 1 000 000 и русский, и немец, и англичанин назовут одинаково — миллион.

Любопытна история числительного «миллион». В 1271 г. венецианский купец Марко Поло отправился в далёкий и загадочный Китай. Путь в Китай лежал через многие страны. Вернувшись домой почти через четверть века, он не переставал восторгаться увиденными чудесами. В его речи то и дело слышалось: «Миллионе... миллионе». Слово «mille» («тысяча») было известно ещё в Древнем Риме. Словечко «миллионе», которым отважный путешественник называл тысячу тысяч, прочно пристало к Марко Поло. Современники прозвали его Марко Миллионе.



Слово «миллиард» для названия числа 1 000 000 000 имеет французское происхождение. Его синоним — «биллион». Приставка «би-» по-латыни означает «двойной» — к тысяче как бы присоединяются два «вагончика» по три нуля. Далее названия чисел образуются от латинских наименований количества таких «вагончиков», прицепляемых справа:

1 000 — тысяча,

1 000 000 — миллион,
1 000 000 000 — биллион,
1 000 000 000 000 — триллион,
1 000 000 000 000 000 — квадриллион,
1 000 000 000 000 000 000 — квинтиллион.

Названия чисел вплоть до 10^{63} с 21 «вагончиком» приведены в таблице в конце статьи. Заметьте, что количество «вагончиков» на единицу больше латинского числа, звучащего в названии. Ведь «состав» начал формироваться не с «тепловоза» — единички, а от сцепки «тепловоза» с одним «вагончиком» – тысячи.

Названия больших чисел привлекают внимание математиков и в наши дни. Профессор Станфордского университета (США) Дональд Э. Кнут посчитал, что в традиционных системах названия для чисел «расходуются» слишком расточительно. Представим на минутку, что мы умеем называть только числа в пределах от 1 до 100. Уже этого небольшого багажа знаний достаточно, чтобы поименовать все числа от 1 до 9999. Последнее число можно назвать «девяносто девять сотен девяносто девять». Точно так же, если вслед за древними греками число 10 000 назвать «мириадой», далее уже можно поименовать все числа от 1 до 10^8. Например, число 9999 9999 назовём «девяносто девять сотен девяносто девять мириад девяносто девять сотен девяносто девять».

Следующим по необходимости названным числом должно быть 10^8. Д.Э. Кнут предлагает для него название «мильюн». «Однокоренные слова, например «мильюнер» — обладатель мильюнного состояния, также были бы удобны в обращении», — отмечает он. Действуя точно так же и далее, мы каждый раз будем давать новое название числу, представляющему собой квадрат предыдущего именованного числа. Любопытно, что близкая идея — при образовании нового именованного числа «брать столько по столько» — встречается в старинной нумерации славян (см. статью «Старинные системы записи чисел»),

Задание 20. Четырьмя горизонтальными и четырьмя вертикальными линиями квадрат разбили на 16 маленьких одинаковых квадратиков. Потом, начиная с правой верхней вершины, по линиям разрезали на две равные фигуры. Сколькими способами можно осуществить это разрезание?

Задание 21. Витя задумал число, прибавил к нему 9, разделил результат сложения на 8, умножил на 4, отнял 7, умножил на 2 и получил 10. Какое число задумал Витя?

Задание 22. (Старинная задача.) Три брата попросили хозяйку приготовить на ужин картофель. Пока хозяйка варила картофель, братья уснули; через час проснулся старший брат и, увидев на столе картофель, разделил его на три равные части, съел свою долю и опять заснул; через некоторое время проснулся второй и, не зная, что старший брат уже ел картофель, тоже разделил картофель, съел свою долю и заснул; наконец, проснулся младший брат и сделал то же, что и старшие братья. Когда старший брат опять проснулся, то разбудил своих братьев, и тогда все выяснилось. Оставшиеся 8 картофелин поделили между собой средний, и младший братья. Сколько из оставшихся 8 штук картофеля взял средний и сколько взял младший брат?

Задание 23. В стакан поместили амебу. Через минуту произошло размножение делением, и их стало две. Еще через минуту их стало 4, еще через одну минуту — 8 и т.д. Через 120 минут стакан наполнился доверху. Через сколько минут наполнится стакан, если изначально поместить в стакан четыре амебы?

Задание 24. Сколькими нулями оканчивается произведение чисел:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100?$$

в) вычеркните 100 цифр так, что оставшееся число было наименьшим;

г) вычеркните 100 цифр так, оставшееся число было наибольшим.

Задание 15. В числовом выражении

$$10 - 10 : 2 + 3$$

можно ли расставить скобки так, чтобы получилось:

а) значение, равное 0;

б) значение, равное 8;

в) значение, равное 2?

Задание 16. С помощью четырех чисел 5, 5, 5 и 1, а также знаков арифметических действий и скобок составьте числовое выражение, значение которого равнялось бы 24.

Задание 17. Расшифруйте числовой ребус.

$$\begin{array}{cr} + & \text{УДАР} \\ & \text{УДАР} \\ \hline & \text{ДРАКА} \end{array}$$

Здесь одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

Задание 18. Кощей Бессмертный, захвативший царевну, предложил Ивану Царевичу такую задачу. Кощей задумает три цифры a, b и c. Иван Царевич называет три числа x, y и z. Кощей сообщает Ивану число $ax + by + cz$. Ивану после этого предстоит назвать a, b и c. Если он правильно назовет цифры, то Кощей отпустит царевну. Удастся ли Ивану освободить царевну?

Задание 19. При игре в волейбол победа присуждается команде, выигравшей три партии. Сколько существует различных вариантов прохождения игры?

а ещё раньше — в арифметических исследованиях Архимеда.

Размышляя о способах обозначения больших чисел, Кнут в 1977 г. построил систему математических символов, с помощью которой впоследствии была оценена самая большая из когда-либо встречавшихся в математических доказательствах констант — так называемое число Грэхема. Из-за своей необыкновенной громоздкости оно не может быть выражено иначе как посредством особых описательных конструкций. Вот здесь и пригодилась 64-уровневая система символов, предложенная Кнутом. Этот результат занимает подобающее ему почётное место в Книге рекордов Гиннесса.

В заключение нельзя не упомянуть о таких «внесистемных» названиях чисел, как «гугол» — для числа 10^{100} и «гуголплекс» — для числа 10 в степени «гугол»: $10^{10^{100}}$. Однажды американский математик Эдвард Каснер стал подыскивать короткое и запоминающееся слово для названия числа 10^{100}. Он спросил своего девятилетнего племянника, как бы он назвал это число, и тот ответил: «Гугол».

1. Прочитайте еще раз текст и расставьте по тексту значки:

«V» — это я уже знал,

«+» — это для меня новое знание,

«–» — с этим я не согласен,

«?» — это я не понял, или хочу узнать больше.

2. Сравните и обсудите с одноклассниками получившиеся варианты маркировки текста.

3. Заполните таблицу. Делайте краткие записи.

V	+	—	?

В других книгах найдите информацию, которая позволит вам ответить на появившиеся вопросы.

Сложение и вычитание натуральных чисел

Задание 17. На страницах учебника «Математика 5». Часть 1. Серия «Математика. Психология. Интеллект» один из героев предлагает такую задачу:

«В коллекции одного Хемуля было 2865 натуральных чисел и 3147 десятичных дробей. Сколько всего чисел в коллекции, то есть сколько будет 2865 + 3147?»

Задачу Хемуля решили в таблице разрядов.

Задание 7. Докажите, что в любом году найдется 13-е число месяца, приходящееся на пятницу.

Задание 8. Сколько существует четырехзначных чисел, содержащих три одинаковые цифры?

Задание 9. Сколько существует четырехзначных чисел, содержащих две различные пары одинаковых цифр?

Задание 10. У кота Базилио есть монеты в 3 и 5 сольдо. Перечислите все способы, которыми он может выплатить доктору Дуремару сумму в 78 сольдо без сдачи.

Задание 11. Во дворе гуляли куры и овцы. Всего 10 голов и 30 ног. Сколько кур и овец гуляло во дворе?

Задание 12. В некотором государстве было 16 банков. С момента перестройки общества все захотели стать банкирами. По закону можно было открыть новый банк только путем деления уже существующего банка на 4 новых. Через некоторое время министр финансов сообщил президенту, что в стране действует 2007 банков. После этого президент уволил министра финансов за некомпетентность. Почему был уволен министр?

Задание 13. Николай с сыном и Петр с сыном были на рыбалке. Николай поймал столько же рыб, сколько его сын, а Петр — втрое больше, чем его сын. Всего поймали 25 рыб. Сколько рыб поймал Николай?

Задание 14. Записали в строчку одно за другим натуральные числа от 1 до 60:

12345689101112131415161718...5960.

Из полученного числа:

а) вычеркните 10 цифр так, что оставшееся число было наименьшим;

б) вычеркните 10 цифр так, что оставшееся число было наибольшим;

Заметим, что требуется закончить перебор. Дело в том, что могут быть и другие подходящие варианты.

Пусть $x = 8$. Тогда $y = 2{,}5$ – такое значение y не удовлетворяет условию задачи.

Значение $x = 9$ также не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 32 года.

Решение этой задачи показало, что иногда можно использовать **перебор.** Но для этого сначала нужно провести некоторые рассуждения, которые позволят так спланировать перебор, чтобы число рассматриваемых вариантов было невелико. Действительно, в рассмотренной задаче можно было просто перебирать все годы рождения, начиная с 1900 года. Очевидно, что такое решение было бы очень долгим и громоздким.

Задание 1. Делится ли на 2007 сумма чисел

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 2006 + 2007?$$

Задание 2. Делится ли число 11111...11 (2004 единицы в записи) на 37?

Задание 3. Запишите произвольное трехзначное число и припишите к нему еще раз это же число. Делится ли полученное шестизначное число на 13? Что получится, если полученное число разделить сначала на 13, потом на 11 и потом на 7?

Задание 4. Три четверга некоторого месяца пришлись на даты, являющиеся четными числами. Каким днём недели было 18-е число этого месяца?

Задание 5. Сколько месяцев в году содержат 30 дней?

Задание 6. В январе некоторого года было ровно 4 вторника и 4 субботы. Каким днем недели было 25-е число этого месяца?

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
2	8	6	5
3	1	4	7
1 ← 10	1 ← 10	1 ← 10	
6	0	1	2

Пять единиц плюс семь единиц будет двенадцать единиц. Две оставим в разряде единиц, а один десяток перейдет в разряд десятков.

Шесть десятков плюс четыре десятка будет десять десятков да еще один десяток, что из единиц набрался. Всего одиннадцать десятков. Один десяток оставим в разряде десятков, а десять десятков (одна сотня) перейдут в разряд сотен и так далее.

— Это надо же! — удивился Муми-тролль. — Такие большие числа, а чтобы сложить их, надо всего-то уметь складывать 5 да 7, 6 да 4 и так далее.

— Ты абсолютно прав, друг мой, — произнес Ондатр, — сложение многозначных чисел сводится к сложению однозначных.

— А как приучиться быстро находить суммы однозначных чисел? — задумчиво спросил Снусмумрик, любивший все дела доводить до конца.

— Тут может помочь таблица сложения, — вспомнил собственные упражнения в сложении Муми-папа.

+	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	111	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

— О-хо-хонюшки, — сказала Муми-мама, — для сложения маленьких чисел нужно учить наизусть таблицы сложения, а чтобы сложить большие числа, нужно каждый раз сооружать таблицу разрядов.

— Таблицу можно видеть, — заметил Ондатр, — так сказать, в уме. Тогда и получится краткая запись столбиком:

$$\begin{array}{r} 2865 \\ +\,3147 \\ \hline 6012 \end{array}$$

В этой записи цифры одних и тех же разрядов находятся в одном вертикальном столбце.

— А почему мы складываем только с правой стороны: счала единицы, потом десятки, сотни и так далее? — спросил Муми-тролль.

— Не волнуйся, — ответил Муми-папа, — можно складывать и с левой стороны, то есть высшие разряды чисел.

Например:

$$\begin{array}{r} 49 \\ +\,58 \\ \hline \cancel{9}7 \\ 10 \end{array}$$

4 десятка плюс 5 десятков будет 9 десятков. Подпишем под десятками ниже черты. Теперь 9 единиц плюс 8 единиц будет 17 единиц Конечно, из них 7 единиц запишем в разряд единиц, но как поступить с оставшимися десятью единицами? Ведь нужно перевести в разряд десятков. Зачеркнем 9, а ниже подпишем 10. Результат читаем слева направо.

Попробуй, Хемуль, сложи «слева» числа 2865 и 3147.

(Дорогой читатель, помоги Хемулю проделать эту работу.)

раст равен сумме цифр года рождения. Получаем $2003 - 2000 - x = 2 + 0 + 0 + x$. Решим уравнение: $x = 0{,}5$. Но цифра не может быть дробной! Следовательно, найденное решение не удовлетворяют условию задачи.

Теперь рассмотрим второй случай.

Пусть x — предпоследняя, а y — последняя цифры года рождения. Так как предпоследняя цифра числа указывается количество десятков, содержащихся в данном числе, а последняя — количество единиц, то год рождения человека из условия задачи можно записать так: $1900 + 10x + y$. В 2003 году ему исполнилось $2003 - 1900 - 10x - y$ лет. Имеем уравнение:

$$2003 - 1900 - 10x - y = 1 + 9 + x + y.$$

Преобразуем это уравнение: $93 = 11x + 2y$.

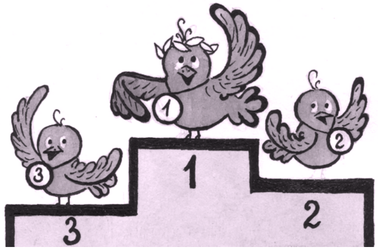
В отличие от предыдущего случая, мы получили уравнение не с одной, а с целыми двумя переменными. И Вы будете совершенно правы, воскликнув: «Нас не учили решать такие уравнения!» Но раз мы не умеем находить сразу две переменные, то давайте попробуем найти хотя бы одну из переменных, например, $y = (93 - 11x) : 2$. Как действовать дальше? Если бы кто-то подсказал нам значение x, то, выполнив вычисления, мы легко нашли бы и y. К сожалению, значение x нам неизвестно. Но зато мы знаем, что x — это предпоследняя цифра числа, большего или равного 75. Поэтому x может принимать только такие значения: 7, 8 или 9.

В такой ситуации имеет смысл выполнить перебор.

Пусть $x = 7$. Тогда $y = (93 - 77) : 2 = 8$. Получили, что человек родился в 1978 году. Проверим.

В 2003 году ему было $2003 - 1978 = 25$ лет. И сумма цифр года рождения равна $1 + 9 + 7 + 8 = 25$. Видим, что 1978 год рождения удовлетворяет условию задачи. Определим возраст этого человека в 2010 году:

$2010 - 1978 = 32$ года.



ПРЕДЛАГАЕМ ГОТОВИТЬСЯ К ОЛИМПИАДЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

В этом разделе предлагаются задания для подготовки к олимпиадам и конкурсам по математике.

Давайте сначала разберем решение следующей известной задачи.

Некто в 2003 году имел столько лет, чему равна сумма цифр года его рождения. Сколько лет ему будет в 2010 году?

Для определения возраста человека требуется знать год его рождения. Но этот год неизвестен. Прежде всего, понятно, что человек родился в нашей эре не позже 2003 года. Среди четырехзначных чисел, не превышающих 2003, наибольшую сумму цифр имеет число 1999. Значит, возраст человека, о котором идет речь в задаче, в 2003 году не превышал $1 + 9 + 9 + 9 = 28$ лет, то есть он родился не ранее $2003 - 28 = 1975$ года. Это значит, что человек родился либо в 19** году, где последние цифры образуют число, большее или равное 75, либо в 200* году, где последняя цифра меньше или равна 3.

В обоих случаях неизвестны некоторые цифры года его рождения. Вспомним, что в начальной школе для нахождения неизвестных мы вводили переменную и составляли уравнение. Поступим так же и при решении нашей задачи.

Рассмотрим вначале второй случай.

Пусть x — последняя цифра года его рождения. Тогда человек родился в $2000 + x$ году. В 2003 году ему было $2003 - 2000 - x$ лет. По условию этот воз-

Составьте к этому тексту 6 вопросов:

1.
2.
3.
4.
5.
6.

Задание 18. Выполните сложение натуральных чисел:

Группа А

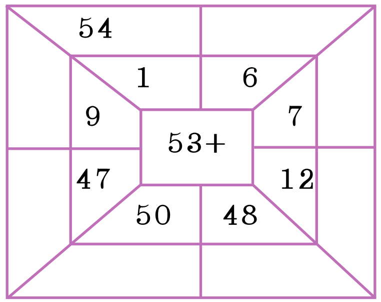
$$\begin{array}{r}+\begin{array}{r}542\\ \underline{25}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}73\\ \underline{825}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}104\\ \underline{1004}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}250\\ \underline{3420}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}1924\\ \underline{13075}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}...\\ \underline{...}\end{array}\end{array}$$

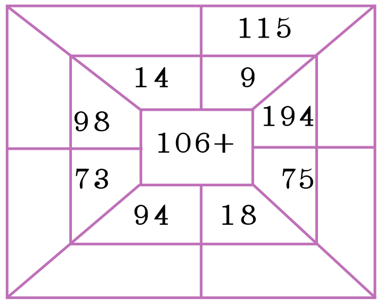
Группа Б

$$\begin{array}{r}+\begin{array}{r}542\\ \underline{29}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}73\\ \underline{827}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}104\\ \underline{1096}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}2509\\ \underline{7491}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}1924\\ \underline{13079}\end{array}\qquad +\begin{array}{r}...\\ \underline{...}\end{array}\end{array}$$

Выясните, чем отличается группа А от группы Б. Допишите в каждую группу по одному примеру.

Задание 19. Вычислите:





Задание 20. Заполните таблицу, выполнив сложение:

⊕	17	38	26	40
44				
56				
73				
85				

Задание 21. Впишите в «окошки» пропущенные числа:

а) 135 − 78 = ☐, б) 1357 − 187 = ☐,
78 + ☐ = ☐; 187 + ☐ = ☐;
в) 3680 − 220 = ☐, г) 8313 − 3763 = ☐,
220 + ☐ = ☐; 3763 + ☐ = ☐.

Задание 22. Выполните вычитание натуральных чисел:

Группа А

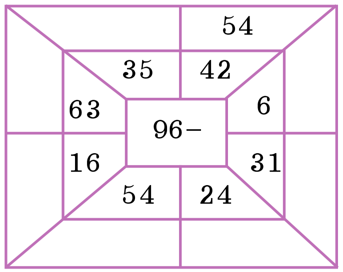
$764 - 242$; $898 - 173$; $1138 - 104$; $3676 - 2456$; $14999 - 1924$; $\ldots - \ldots$

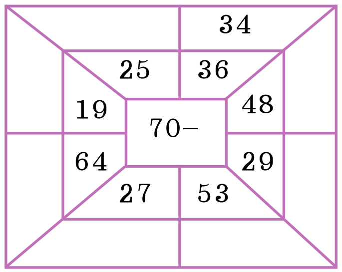
Группа Б

$675 - 36$; $898 - 179$; $1135 - 229$; $11300 - 2456$; $14090 - 989$; $\ldots - \ldots$

Выясните, чем отличается группа А от группы Б? Дополните в каждую группу по одному примеру.

Задание 23. Вычислите:





Задание 3. Пусть даны два удачных числа. Будет ли удачным числом:

а) сумма этих чисел;

б) разность этих чисел?

Назовем натуральное число **почти удачным**, если цифры числа можно разбить на две группы так, что суммы цифр в группах либо совпадают, либо отличаются на 1.

Задание 4. Какие из чисел 124; 2561; 1344; 2159; 2160 являются почти удачными?

Задание 5. Существует ли почти удачное число, которое не является удачным числом?

Задание 6. Могут ли быть два последовательных почти удачных числа?

Задание 7. Могут ли быть три последовательных почти удачных числа?

Задание 8. Могут ли быть четыре последовательных почти удачных числа?

Задание 9. Какой может быть сумма цифр почти удачного числа?

Задание 10. Предложите задание, в котором фигурируют почти удачные числа, сумма цифр которых не больше 3 и которые содержат не более четырех цифр в записи.

Задание 6. Чисел вида аавв — 6 (это числа, составленные из цифр {4, 4, 0,0} и {1, 1, 3, 3}). Всего чисел: 12.

Удачных чисел вида аабв — 36 (это удачные числа, составленные из цифр {2, 2, 1,3}, {2, 2, 4, 0}, {1, 1, 2, 4}.

Удачных чисел вида абвг — 24 (это удачные числа, составленные из цифр 1, 3, 4, 0).

Одно удачное число вида аааа: 2222.

Всего чисел: 24+36+12+1=73.

Задание 8.

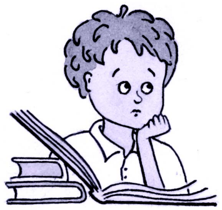
Сумма цифр	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Кол-во чисел	6	19	40	73	114	155	228	349	382

Закончите вычисление числа удачных при других суммах цифр самостоятельно:

Сумма цифр	20	22	24	26	28	30	32	34	36
Кол-во чисел									

Найдите число всех удачных чисел, имеющих не более четырех цифр.

Задание 10. Обе суммы одновременно делятся на 1111.



Почти удачные числа

Задание 1. Существует ли среди натуральных чисел, имеющих в записи:

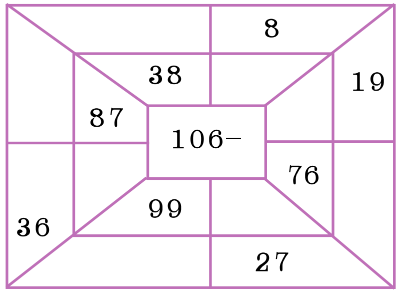
а) не более трех цифр;

б) не более четырех цифр;

в) не более пяти цифр,

такое число, которое не содержит равных цифр и цифру 0 и которое можно разбить двумя разными способами на группы с равными суммами?

Задание 2. Исследуйте свойства делимости суммы всех удачных чисел, которые содержат в записи не более четырех цифр.



Задание 24. Заполните таблицу так, чтобы сумма чисел в строках и столбцах была равна указанному числу:

35			60
	12		57
11		23	91
53	90	65	

Задание 25. Решите задачи:

1) Сколько нужно добавить денег, чтобы получить 100 р., если у вас имеется:

а) 46 р.

б) 58 р.

в) 75 р.

2) Сколько получите сдачи, отдавая в кассу 50 р., если покупка стоит:

а) ЧЕК
Сумма 17 р.
Получено 50 р.
Сдача ______ р.

б) ЧЕК
Сумма 33 р.
Получено 50 р.
Сдача ______ р.

в) ЧЕК
Сумма 39 р.
Получено 50 р.
Сдача ______ р.

3) В магазин привезли 90 кг апельсинов. До обеда продали 23 кг апельсинов, а после обеда 49 кг. Сколько килограммов апельсинов осталось продать?

Из выражений выберите те, которые отвечают на вопрос задачи. Найдите их значения.

а) $90 - 23 - 49 =$

б) $90 - 23 + 49 =$

в) $90 - (23 + 49) =$

4) До обеда в магазине продали 136 кг яблок, а после обеда на 38 кг больше. Сколько килограммов яблок продали за весь день?

5) До обеда в магазине продали 242 кг капусты, а после обеда на 64 кг меньше. Сколько килограммов капусты продали за весь день?

Задание 26. Заполните пропуски так, чтобы получилось верное равенство:

а) $27364 + \square = 27374$;

б) $27364 + \square = 28364$;

в) $27364 + \square = 37364$;

г) $27364 + \square = 27365$;

д) $27364 + \square = 27464$.

Задание 27. Вставьте знак $<$, $>$, $=$:

а) $29421 - 1825 \bigcirc 26924 - 1825$;

б) $17204 + 3230 \bigcirc 14727 + 3230$;

в) $13741 - 271 \bigcirc 13741 + 271$;

г) $54320 - 450 \bigcirc 54320 - 672$;

д) $5000 + 75000 \bigcirc 70000 + 10000$;

е) $65015 - 15015 \bigcirc 60015 - 10015$.

ные 12 и 24. Докажите свойство делимости сумм удачных чисел, имеющих не более четырех цифр и суммы цифр 12 и 24.

Задание 11. Сформулируйте новые задачи, заменяя объекты в предыдущем задании.

Задание 12. Подготовьте презентацию о свойствах удачных чисел, которые имеют не более четырех цифр и суммы цифр: а) 12 и 24; б) 14 и 22.

Ответы к отдельным заданиям раздела

Задание 1. Числа: 1331, 1133, 1313, 3113, 3131, 3311.

Задание 2. Всего чисел 6. Их сумма 13332. Делителями суммы являются: 2, 3, 11, 101.

Задание 3.
а) 1214, 1241, 1232, 1223;
б) 2321, 2312.
Существует. Например, число 2231.
Все такие удачные числа, состоящие из разных цифр: 2213, 2231, 2204, 2240, 1124, 1142.

Задание 4. аабв, аавб, абав, аваб, абва, авба, баав, вааб, бава, ваба, бваа, вбаа.

Двенадцать удачных чисел, получаемых перестановкой цифр числа вида аабв: 2213, 2231, 2123, 2132, 2312, 2321, 1223, 1232, 1322, 3122, 3212, 3221.

Задание 5. Таких чисел 24, они состоят из цифр {1, 3, 4, 0}.

Сколько таких чисел?

Задание 5. Существует ли удачное число, которое имеет не более четырех цифр, сумму цифр, равную 8, и вид абвг? Сколько таких чисел?

Задание 6. Сколько существует удачных чисел, имеющих не более четырех цифр и сумму цифр, равную 8?

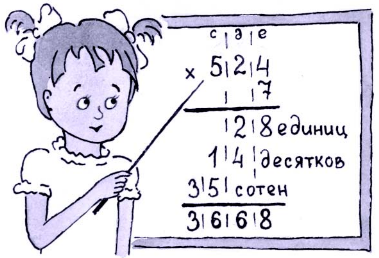
Задание 7. Сформулируйте задания для удачных чисел, имеющих другую сумму цифр.

Задание 8. Сколько существует удачных чисел, которые содержат не более четырех цифр, и сумма цифр которых равна:

1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 10; ... 17) 34; 18) 36.

Задание 9. Предложите способ наглядного представления результатов выполнения предыдущего задания.

Задание 10. Сравните количество удачных чисел, имеющих не более четырех цифр и суммы цифр, рав-

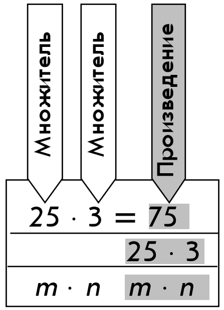


Умножение и деление натуральных чисел

Задание 28. В учебнике Н.Я. Виленкина «Математика для 5 класса» есть такой раздел:

Умножение натуральных чисел и его свойства

Если концертный зал освещается 3 люстрами по 25 лампочек в каждой, то всего лампочек в этих люстрах будет 25 + 25 + 25, то есть 75.



Сумму, в которой все слагаемые равны друг другу, записывают короче: вместо 25 + 25 + 25 пишут 25 · 3. Значит, 25 · 3 = 75. Число 75 называют ***произведением*** чисел 25 и 3, а числа 25 и 3 называют ***множителями***.

Умножить число m на натуральное число n — значит найти ***сумму n*** слагаемых, каждое из которых равно ***m***.

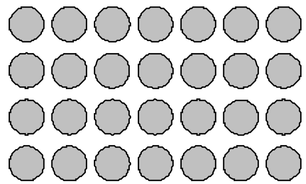
Выражение ***m · n*** и значение этого выражения называют **произведением** чисел ***m*** и ***n***. Числа ***m*** и ***n*** называют множителями.

Произведения 7 · 4 и 4 · 7 равны одному и тому же числу 28 (рис. 46).

1. Произведение двух чисел не изменяется при перестановке множителей.

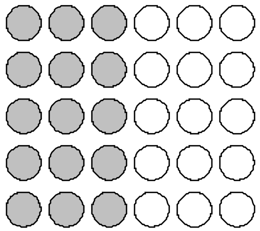
Это свойство умножения называют ***переместительным***. С помощью букв его записывают так:

$a \cdot b = b \cdot a$



$7 \cdot 4 = 4 \cdot 7$

рис. 46



$(5 \cdot 3) \cdot 2 = 5 \cdot (3 \cdot 2)$
рис. 47

Произведения $(5 \cdot 3) \cdot 2 = 15 \cdot 2$ и $5 \cdot (3 \cdot 2) = 5 \cdot 6$ имеют одно и то же значение 30. Значит, $5 \cdot (3 \cdot 2) = (5 \cdot 3) \cdot 2$ (рис. 47).

2. Чтобы умножить число на произведение двух чисел, можно сначала умножить его на первый множитель, а потом полученное произведение умножить на второй множитель.

Это свойство умножения называют ***сочетательным***. С помощью букв его записывают так:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

Сумма ***n*** слагаемых, каждое из которых равно 1, равна ***n***. Поэтому верно равенство $1 \cdot n = n$.

Сумма ***n*** слагаемых, каждое из которых равно нулю, равна нулю. Поэтому верно равенство $0 \cdot n = 0$.

Чтобы переместительное свойство умножения было верно при ***n*** = 1 и ***n*** = 0, *условились*, что $m \cdot 1 = m$ и $m \cdot 0 = 0$.

Перед буквенными множителями обычно не пишут знак умножения:

вместо $8 \cdot x$ пишут $8x$,

вместо $a \cdot b$ пишут ab.

Опускают знак умножения и перед скобками.
Например,

вместо $2 \cdot (a + b)$ пишут $2(a + b)$,

а вместо $(x + 2) \cdot (y + 3)$ пишут $(x + 2)(y + 3)$.

Вместо $(ab)c$ пишут abc.

Когда в записи произведения *нет скобок*, умножение выполняют по порядку слева направо.

Задание 1. Рассмотрим удачные числа, имеющие не более четырех цифр, сумма цифр которых равна 8. Вот одно из таких чисел: 1331.

Цифры этого числа разобьем на группы { , } и { , }. Суммы цифр в группах равны , поэтому

Число 1331 имеет такой вид: авва. Перечислите все перестановки цифр в таком удачном числе.

Удачных чисел, полученных из авва перестановкой цифр, всего ☐.

Задание 2. Изучите свойство делимости суммы всех удачных чисел, полученных перестановкой цифр числа 1331.

Всего чисел:
Их сумма =
Простые делители суммы:

Задание 3. Запишите все удачные числа, имеющие не более четырех цифр и сумму цифр, равную 8, если:

а) первые цифры искомого числа 12:

б) первые цифры искомого числа 23:

Существует ли удачное число, которое имеет не более четырех цифр, сумму цифр, равную 8, и вид аабв? Перечислите все такие удачные числа, если они существуют.

2213; 2231;

Задание 4. Перечислите все удачные числа, записанные с помощью цифр а, а, б, в, имеющие сумму, равную 8:

2213; 2204; 1124;

Задание 6. Сформулируйте и решите задачи с удачными числами, содержащими не более четырех цифр и имеющими сумму цифр, равную 6.

Задание 7. Найдите сумму S_6 всех удачных чисел, *содержащих …*

Найдите делители числа …

Задание 8. Найдите наибольший общий делитель сумм S_2, S_4, S_6.

Задание 9. Всегда ли сумма (разность) двух удачных чисел является удачным числом?

Сформулируйте другие вопросы, связанные с действиями над удачными числами.

Продолжаем исследование удачных чисел

Очевидно, что **если абвг — удачное число, то любое натуральное число, полученное из исходного числа абвг путем перестановки цифр, будет тоже удачным.**

1. Подчеркните в тексте самые важные слова (их еще называют ключевыми словами).

2. Составьте, используя ключевые слова, предложения, отражающие смысл этого раздела учебника.

Задание 29. а) Впишите пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r} \times\, 982 \\ 13 \\ \hline +\,\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot \\ \hline \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 982 \\ 103 \\ \hline +\,\cdot\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot \\ \hline \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 980 \\ 27 \\ \hline +\,\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot \\ \hline \cdot\cdot\cdot\cdot 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 980 \\ 270 \\ \hline +\,\cdot\cdot\cdot \\ \cdot\cdot\cdot \\ \hline \cdot\cdot\cdot\cdot 00 \end{array}$$

б) Выполните умножение натуральных чисел:

$16 \cdot 534$; $93 \cdot 504$; $930 \cdot 504$

Задание 30. Перед Вами фрагмент из учебника «Систематический курс арифметики», изданного в 1912 году. Этот учебник, как и многие другие русские учебники по математике, написал Андрей Петрович Киселев.

Умноженіе чиселъ, оканчивающихся нулями.

55. Примѣръ 1. **2800**×15.

Умножить 2800 на **15** значитъ повторить 2800 слагаемымъ 15 разъ. Если станемъ находить эту сумму обыкновеннымъ сложеніемъ:

2800
2800
——
—— } 15 разъ
+ ——
——
——
…**00**

то нули слагаемыхъ, очевидно, перейдутъ и въ сумму, а 28 сотенъ повторятся слагаемымъ 15 разъ. Отсюда заключаемъ, что для умноженія 2800 на 15 достаточно умножить 28 на 15 и къ произведенію приписать 2 нуля.

Дѣйствіе располагаютъ такъ:

$$\begin{array}{r} 2800 \\ \times\ 15 \\ \hline 140 \\ 28 \\ \hline 42000 \end{array}$$

т.-е. пишутъ множителя такъ, чтобы нули множимаго стояли направо отъ множителя, производятъ умноженіе, не обращая вниманія на нули множимаго, а къ произведенію ихъ приписываютъ справа.

Примѣръ 2. 358×23**000**.

$$\begin{array}{l} 358 \\ \times 23000 \\ \hline 1074 \\ 716 \\ \hline 8234000 \end{array}$$

Чтобы повторить 358 слагаемымъ 23000 разъ, можно повторить 358 слагаемымъ 23 раза (т.-е. умножить 358 на 23) и полученное число повторить слагаемымъ 1000 разъ (т.-е. умножить на 1000, для чего достаточно приписать справа три нуля). Дѣйствіе располагаютъ такъ какъ указано на примѣрѣ*).

Проверьте: всего 6 делителей, три из которых являются простыми числами: 3, 11, 101.

Задание 4. С помощью цифр 0 и 2 запишем все удачные числа, в записи которых не более четырех цифр, и имеющие сумму цифр, равную четырем:

22; 202; 220; 2200; 2020; 2002.

Сумма этих чисел $S_4 = \boxed{}$.

Перечислите все делители этого числа.

Какие общие делители имеют суммы S_2 и S_4 удачных чисел с суммами цифр, равными двум и четырем?

Каков наибольший общий делитель суммы S_2 и S_4 удачных чисел?

Задание 5. Перечислите все удачные числа, которые содержат в записи не более четырех цифр и сумма цифр которых равна 4. Сколько таких удачных чисел?

Совет. Так как сумма цифр числа равна 4 и числа удачные, то сумма цифр при разбиении на группы с равными суммами в каждой группе равна 2.

Число 2 можно представить в виде суммы не более трех слагаемых такими способами (без перестановок):

$$2 = 1 + 1 + 0 = 2 + 0 + 0 = 1 + 1 = 2 + 0.$$

Теперь для перечисления удачных чисел берем любые две пары, состоящие из разных наборов цифр. Получаем удачные числа: 2110; 2200. Теперь для подсчета количества всех удачных чисел, содержащих не более четырех цифр и с суммой, равной 4, следует выполнить перестановки цифр в каждом из чисел.

Делители удачных чисел

Напомним, что натуральное число ab...e назвали **удачным**, если цифры этого числа можно разбить на две группы, суммы цифр в которых равны.

Доказано такое утверждение: **сумма цифр удачного является четным числом.**

В этом разделе предлагаем новые задания с удачными числами.

Задание 1. Каждое из удачных чисел соедините с соответствующими группами цифр:

1) 4172	а) {7, 1} и {5, 3}.
2) 5731	б) {7, 1} и {8, 0}.
3) 7441	в) {7, 1} и {4, 4}.
4) 8710	г) {4, 1, 2} и {7}.

Задание 2. Рассмотрите два числа 4509 и 4510. Какими свойствами обладают эти числа?

1. Эти числа являются .
2. Суммы цифр этих чисел равны и .

Проверьте правильность ответов на вопросы.

1. Эти числа являются удачными.
2. Сумма цифр этих чисел равна 18 и 10.

Задание 3. Запишем все удачные числа, для записи которых используется не более четырех цифр, и имеющие сумму цифр 2:

11; 101; 110; 1100; 1010; 1001.

Сумма этих чисел равна $S_2 = 3333$.

Найдите делители числа 3333.

Примѣръ 3. **57000×3200.**

$$
\begin{array}{r}
57000 \\
\times\ 3200 \\
\hline
114 \\
171 \\
\hline
182400000
\end{array}
$$

Для умноженія 57000 на какое-нибудь число, надо умножить на это число 57 и къ произведенію приписать три нуля. Но чтобы умножить 57 на 3200, надо умножить 57 на 32 и къ произведенію приписать два нуля.

Поэтому, когда множимое и множитель оканчивается нулями, производятъ умноженіе, не обращая вниманія на нули, и къ произведенію приписываютъ столько нулей, сколько ихъ есть во множимомъ и во множителѣ вмѣстѣ.

1. Считает ли А.П. Киселев важным для правильного умножения способ записи «в столбик» чисел, оканчивающихся нулем? Важно ли это для вас?

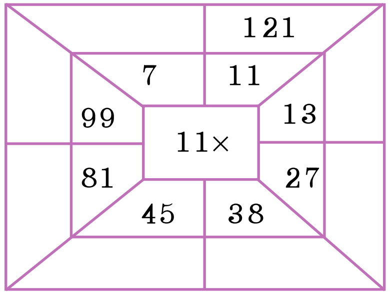
2. Сколько случаев умножения чисел, оканчивающихся нулями, рассмотрено в тексте? Какие случаи не рассмотрены? Впишите их.

3. Содержит ли текст правила? Сколько правил? Составьте свое правило умножения чисел, оканчивающихся нулями.

Задание 31. Заполните таблицу, выполнив умножение.

×	11	15	20	25
43				
50				
62				
75				

Задание 32. Выполните умножение.



Задание 33. Заполните пропуски, вставив знаки <, >, = или числа.

а) $52 \cdot 46$ ◯ $52 \cdot 42$; г) $345 \cdot 124 > 345 \cdot$ ☐;

б) $52 \cdot 46$ ◯ $520 \cdot 46$; д) $345 \cdot 124 <$ ☐ $\cdot\ 124$;

в) $52 \cdot 460$ ◯ $520 \cdot 46$; е) $345 \cdot$ ☐ $= 3450 \cdot 13$.

Задание 34. Сравните:

а) 1123 м × 55 м ◯ 1 км^2;

б) 32 м × 32 м ◯ 1 а;

в) 320 м × 32 м ◯ 1 га;

г) 57 см × 200 см ◯ 1 м^2.

Пусть а = 4, *тогда удачное число* 4 , *следующее за ним число* . *Оно* .

Пусть а = 5, *тогда удачное число* 5 , *следующее за ним число* . *Оно* .

Последовательные удачные числа существуют.

Задание 9. Укажите первую пару последовательных удачных чисел.

Это числа *и* .

Задание 10. Существует ли три последовательных удачных числа? Если ответ утвердительный, то назовите первую тройку последовательных удачных чисел.

Задание 11. Используя метод перебора, выпишите все удачные числа, которые состоят не больше, чем из четырех цифр, и сумма их цифр равна 2.

Это числа:

Проверьте себя: существует шесть удачных чисел, состоящих не более чем из четырех цифр, с суммой цифр, равной 2.

Найдите сумму этих чисел и определите делители суммы.

Сумма =

Эта сумма делится на числа:

Сформулируйте аналогичное задание.

Следующее за ним число имеет нечетную сумму цифр и поэтому не может быть удачным.

Утверждение доказано.

Согласны ли Вы с таким доказательством?

Покажем, что оно ошибочно.

Рассмотрим два последовательных числа 129 и 130. Эти последовательные числа имеют четную сумму цифр. Ошибка ученика в утверждении о том, что всегда после прибавления 1 к числу сумма цифр меняет четность. Это утверждение верно, если последняя цифра числа не равна 9. Таким образом, если последовательные удачные числа существуют, то меньшее из них оканчивается на цифру 9.

Если меньшее число содержит две цифры и оканчивается цифрой 9, то имеем двухзначное удачное число 99, а следующее за ним числом будет 100, которое не является удачным числом. Отсюда следует, что меньшее из двух последовательных удачных чисел должно содержать более двух цифр.

Пусть меньшее число содержит три цифры и имеет вид ab9. Число такого вида может быть удачным, если 9 = a + b.

Запишите все удачные числа такого вида и число, которое следует за ним.

Пусть a = 1, *тогда удачное число* 189, *а следующее за ним число* 190, *оно* .

Пусть a = 2, *тогда удачное число* 279, *а следующее за ним число* . *Оно* .

Пусть a = 3, *тогда удачное число* 3 , *следующее за ним число* . *Оно* .

Задание 35.

а) Восстановите пропущенные цифры:

$$5768 \,\big|\, \underline{56} \quad \dots \qquad 53592 \,\big|\, \underline{264} \quad \dots$$

$$8000 \,\big|\, \underline{125} \quad .. \qquad 244000 \,\big|\, \underline{305} \quad \dots$$

б) Отметьте в частном столько точек, сколько цифр оно должно содержать:

$$948 \,\big|\, \underline{79} \qquad 21012 \,\big|\, \underline{206} \qquad 3600 \,\big|\, \underline{150}$$

Задание 36. В учебнике «Математика 5». Часть 1. Натуральные числа и десятичные дроби (авторы Э.Г. Гельфман, Л.Н. Демидова, Н.Б. Лобаненко и др.) принимают участие герои книги финской писательницы Туве Янсон «Шляпа Волшебника».

— Найди-ка, золотко мое, сначала ошибку в моей задаче, — попросила Муми-мама. — Муми-папа утверждает, что я ошиблась в хозяйственных расчетах. А ему, разумеется, виднее. Мне потребовалось разделить 721 на 7. Я это сделала так:

$$\begin{array}{r|l} -721 & 7 \\ \underline{7} & \overline{13} \\ -21 & \\ \underline{21} & \\ 0 & \end{array}$$

— О, мамочка, ты же пропустила нуль после единицы, — сообразил Муми-тролль. — Должно быть 103, а у тебя 13!

— Ох, верно! Ну-ка, посмотри, а в этой задаче я правильно делаю?

$$\begin{array}{r|l} 345 & 5 \\ \underline{-30} & 609 \\ 45 & \\ \underline{-45} & \\ 0 & \end{array}$$

— Да нет же, мамочка! Здесь ответ должен быть 69.

— Ума не приложу, как тут разобраться, то нужен нуль, то нет! Объясни-ка пообстоятельней, сынок.

— Ну, мамочка! В первой задаче 7 сотен делишь на 7, получаешь в частном 1 сотню, сносишь два десятка, а 2 не делится на 7, и в частном на место десятков ставится 0. Ты его пропустила, и вышло у тебя вместо 103 лишь 13.

А во второй задаче деление 345 на 5 начинается с деления 34 десятков на 5, что дает в частном 6 в разряде десятков и остаток 4. Этот остаток говорит о том, что в ответе больше не будет десятков, так как 4 не делится на 5. Ты, наверное, подумала, что 4 — цифра нового разряда...

— Теперь все замечательно понятно, золотко мое! — заявила Муми-мама. — Поделю-ка я 40 на 8. Вдруг мне понадобится этот результат.

— Ну, мамочка! Ну какое же 41! — всерьез расстроился Муми-тролль.

— Да, в самом деле, у меня поделилось забавно: делила 40 карамелек на 8 малышей, а вышло по 41 штучке каждому.

— Я бы не отказался от 41, но на самом-то деле будет 5!

— О-хо-хонюшки! Ну и наделала я ошибок, — сказала Муми-мама.

Но в душе она была очень довольна. *(Если честно, то ее ошибки были маленькой хитростью. На самом деле она умела очень даже ловко делить.)*

— Была не была — делю в последний раз, — заявила Муми-мама.

Таким образом, перебирая все возможные разбиения цифр на группы по две цифры, убеждаемся в справедливости утверждения.

Теперь обратимся ко второму случаю. Пусть группы цифр числа такие: {а, б, в} и {г}. Тогда а + б + в = г. В этом случае: а + б + в + г = г + г = 2г — четное число.

Пусть группы такие: {а, б, г} и {в}.

Тогда .

В этом случае: —

Рассмотрите еще одно возможное разбиение на такие группы и докажите утверждение в этом случае.

Пусть группы такие: { , , } *и* {б }.

Тогда .

В этом случае: —

Таким же образом докажите утверждение при разбиении на группы { , , } и {а}.

Утверждение доказано.

Задание 8.

Ученику был задан такой вопрос: существуют ли два последовательных удачных числа?

Он высказал такое предположение: не существует двух последовательных чисел, каждое из которых является удачным. При этом он считает, что ему удалось доказать свое предположение.

Вот его «доказательство». Предположим, что меньшее число удачное. Тогда сумма его цифр четна.

Задание 5. Выберите еще одно удачное число. Сделайте вывод о сумме цифр этого числа?

Сумма цифр

Задание 6. Может ли число быть удачным, если сумма его цифр нечетна?

Согласны ли Вы с таким предположением: сумма цифр любого удачного числа четна?

Задание 7. Докажем такое утверждение: **сумма цифр любого удачного числа, имеющего не более четырех цифр, является четной.**

Цифры числа можно разбить на следующие группы:
а) по две цифры в каждой группе
б) в одной группе три цифры, а в другой — одна цифра.

Пусть в первом случае группы такие: {а, б} и {в, г}. Тогда а + б = в + г. Получаем:

а + б + в + г = (а + б) + (а + б) = 2(а + б)

— четное число.

Докажите утверждение, если группы такие: {а, в} и {б, г}.

В этом случае:

= = 2( ) —

Рассмотрите еще одно возможное разбиение цифр числа по две цифры и докажите утверждение в этом случае.

Пусть группы такие: { , } *и* { , }. *В этом случае:*

— Мама! Это жуть что такое! Ты опять ошиблась.

— Ах, верно. Должно быть 120. Пожалуй, я неуважительно отнеслась к разрядам частного. Да к тому же разумно было бы с моей стороны зачеркнуть по одному нулю в делимом и делителе, прежде чем делить...

$$\begin{array}{r|l} 7200 & 60 \\ \hline -60 & 12 \\ \hline -120 & \\ 120 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Тут мама нежно-нежно посмотрела на свое Муми-дитя.

1. Сколько ошибок сделала Муми-мама при делении натуральных чисел? Дайте название каждой ошибке.

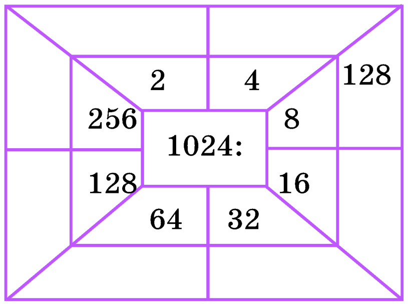
2. Что общего во всех Муми-маминых ошибках?

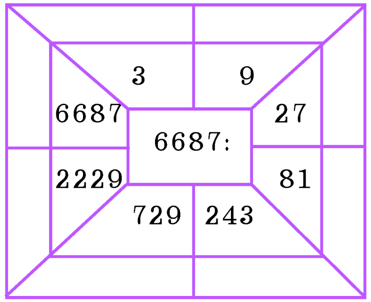
3. Приведите примеры своих возможных ошибок при делении натуральных чисел.

4. Продолжите фразу:

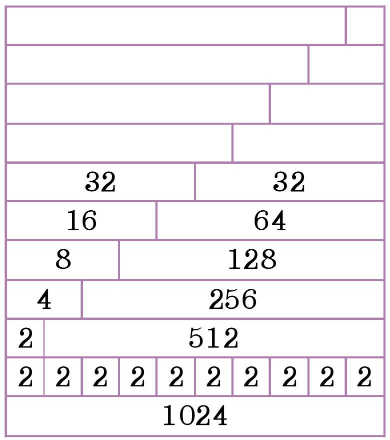
«Чтобы не было ошибок в делении натуральных чисел, надо

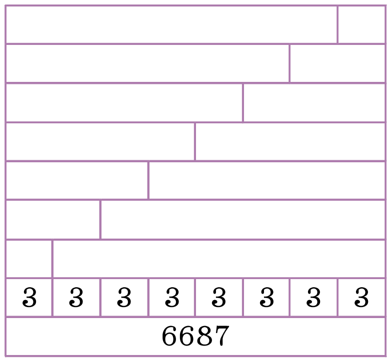
Задание 37. Выполните деление.





Дорисуй «кирпичики» — множители.





Задание 38. Вычислите устно:

а) 25 · 4 = ; 125 · 4 = ;
125 · 8 = ; 150 · 20 = ;
50 · 2 = ; 250 · 40 = ;

Задание 2. Какие цифры можно записать в числе 444** вместо **, чтобы получить удачные числа?

Можно записать цифры:

Составьте аналогичное задание.

Задание 3. Докажите, что все следующие числа являются удачными:

1234; 2451; 9999; 3452; 1562; 6251; 1012.

Число 1234 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы {1, 4} и {2, 3}, суммы цифр в которых равны .

Число 2451 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы { , } и { , }, суммы цифр, в которых равны .

Число 9999 удачное потому, что

Задание 4. Найдите сумму цифр удачного числа:

а) 1234: ; б) 2451: ; в) 9999: ;
г) 3452: ; д) 1562: ; е) 6251: ;
ж) 1012: .

Какое общее свойство имеют суммы цифр этих удачных чисел?

Суммы цифр этих удачных чисел

Согласны ли Вы с учеником, который дал такой ответ: сумма цифр каждого из удачных чисел: 1234; 2451; 9999; 3452; 1562; 6251; 1012 — является четным числом?

Число 1235 не является

Задание 7. Какое из чисел 2349 и 3469 не является удачным?

Число ______ *не* ______, *так как* ______

Задание 8. Назовите два общих свойства чисел 11; 101; 1001; 1100.

Назовите еще два числа, содержащих не более четырех цифр, которые обладают этими же двумя общими свойствами.

Сумма цифр удачного чисел

В предыдущем разделе введено понятие удачного числа.

Натуральное число назовем **удачным**, если его цифры можно разбить на группы так, что суммы цифр в группах равны.

Задание 1. Какую цифру можно записать в числе 455* вместо *, чтобы получить удачное число?

Можно записать цифру ______ *или* ______.

Составьте аналогичное задание.

$50 \cdot 2 = \square$; $\quad 250 \cdot 40 = \square$;

б) $50 : 2 = \square$; $\quad 2000 : 125 = \square$;

$100 : 4 = \square$; $\quad 3000 : 25 = \square$;

$1000 : 8 = \square$; $\quad 5000 : 250 = \square$.

Задание 39. Заполните пропуски, вставляя знаки >, <, = или числа:

а) $124 : 31 \bigcirc 124 : 4$;

б) $1240 : 31 \bigcirc 124 : 4$;

в) $1240 : 310 \bigcirc 1240 : 40$;

г) $372 : 31 < 372 : \square$;

д) $3720 : 31 > \square : 31$;

е) $3720 : 310 = \square : 31$.

Задание 40. Восстановите цепочку вычислений.

$\square \xrightarrow{:3} \square \xleftarrow{:4} \square \xrightarrow{+26} 666 \xleftarrow{:6} \square \xrightarrow{-41} \square \xleftarrow{:10} \square$

Можете ли вы себя проверить при выполнении этого задания?

Составьте аналогичное задание.

Задание 41. Определите, какое число должно стоять в конце цепочки, если:

→ означает +200 (прибавили 200),

← означает −50 (вычли 50):

а) $1239 \rightarrow \square \leftarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square$;

б) $385 \leftarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \square \leftarrow \square$;

в) $4300 \leftarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \square \rightarrow \square$.

Сколько раз нужно прибавить число 200 и вычесть число 50, чтобы исходное число не изменилось?

Задание 42. Запишите нужное число и действие над стрелкой:

а) × ☐ − ☐ : ☐ + ☐

(14) → (28) — (21) — (3) — (41)

б) : ☐ × ☐ − ☐ + ☐

(56) — (7) — (35) — (17) — (65)

в) − ☐ + ☐ : ☐ × ☐

(108) — (102) — (150) — (30) — (300)

г) ☐ ☐ ☐ ☐

(75) — ( ) — ( ) — ( ) — (75)

Удалось ли вам в последнем случае использовать все арифметические действия с натуральными числами?

Задание 43. Решите задачи.

1) На пальто купили 3 м драпа по 728 р. за 1 м и 4 м атласа по 156 р. за 1 м. Сколько денег надо заплатить за ткани?

Выберите выражение, позволяющее ответить на вопрос задачи и найдите его значение:

а) 3 · 728 − 4 · 156 = ;
б) 3 · 728 + 4 · 156 = ;
в) (3 + 4) · (728 + 156) = ;
г) 3 · (156 +728) +156 = .

Число 3096 удачное потому, что

Задание 4. Составьте четыре четырехзначных удачных числа, цифры которых можно разбить на группы { 3, 4} и { 2, 5}.

1. ; 2. ;
3. ; 4. .

Можно ли еще указать четыре других удачных числа с теми же группами цифр?

Задание 5. Запишите такое удачное пятизначное число, чтобы суммы цифр в группах были бы равны трем.

Задание 6. Докажите, что цифры числа 1235 нельзя разбить на две группы так, чтобы суммы цифр в группах были равны.

Группы цифр {1, 2} и {3, 5}:
сумма цифр первой группы ☐, сумма цифр второй группы ☐. Суммы не равны.

Группы цифр {1, 2, 3} и {5}:
сумма цифр первой группы ☐, сумма цифр второй группы ☐. Суммы не равны.

Группы цифр {1, 5} и {3, 2}:

суммы цифр

Группы цифр {1, 3} и {☐, ☐}:

суммы цифр

Среди чисел

11; 22; 1230, 2301; 4211; 2411; 4112; 101; 1235; 1245; 2255; 1236; 6321; 3216

все числа, кроме числа 1235, обладают таким свойством: **цифры числа можно разбить на две такие группы, что суммы цифр в группах равны.**

Действительно:

В числе 11 такие группы {1} и {1}.

В числе 22 такие группы {2} и {2}.

В числе 1230 такие группы {1, 2, 0} и {3}.

В числе 2301 такие группы {1, 2, 0} и {3}.

В числе 4211 такие группы {4} и {2, 1,1}. На такие же группы цифр разбиваются цифры чисел: 4211 и 4112.

Разбейте цифры числа на группы с равными суммами:

В числе 1236 группы цифр: {____} и {____}.

В числе 2255 группы цифр: {____} и {____}.

В числах 6321 и 3216 группы цифр: {____} и {____}.

Натуральное число назовем *удачным*, если его цифры можно разбить на две такие группы, что суммы цифр в группах равны.

Задание 3. Докажите, что числа

101; 1245; 2255; 8536; 8521; 3096

являются **удачными**.

Число 101 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы цифр ____ и ____, суммы в которых равны ____.

Число 8536 удачное, так как его цифры можно разбить на группы ____ и ____, суммы в которых равны ____.

Число 8521 удачное потому, что его цифры можно разбить на группы цифр ____ и ____, суммы которых равны ____.

2) Карлсон летел к Малышу 3 ч со скоростью 80 км/ч, а потом ехал на автобусе 2 ч со скоростью 55 км/ч. С какой средней скоростью двигался Карлсон?

Продолжите начатое решение задачи:

(3 · 80 + 2 · ...) : (3 + 2) =

3) Грузоподъемность автомобиля 4 т. Сколько мешков зерна можно погрузить на автомобиль, если известно, что 5 мешков зерна весят 375 кг?

Ответ: ________ *мешков зерна.*

Признаки делимости

Задание 44. Допишите еще пять чисел в ряду чисел, которые делятся нацело:

а) на 2:	2;	4;	6;	;	;	;	;	;
б) на 3:	3;	6;	9;	;	;	;	;	;
в) на 5:	5;	10;	15;	;	;	;	;	.

Задание 45. Соедините стрелками числа по принципу:

а) «на число ___ нацело делится число ___»:

				1						3						5				
		18					9								15					
	2																			
										6										

б) «число ___ нацело делится на число ___»:

	1				50							4							6	
															15					
	10									2							5			
														25						

Задание 46. В пустые клетки впишите цифры, чтобы полученные числа:

а) делились нацело на 2:

3□4; 532□; 12□0; 777□.

б) делились нацело на 5:

2□0; 12□; 334□; 101□.

в) делилось нацело на 10:

23□; 125□6; 756□; 2□3.

г) не делились на 2:

125□; 980□; 2□39; 213□.

Задание 47. Из цифр 3; 0; 5; 7 составить несколько трехзначных чисел,

1) делящихся

на 2 ;

на 5 ;

на 3 ;

2) не делящихся

на 10 ;

на 5 ;

на 3 ;

3) одновременно делящихся

на 2 и на 5 ;

на 2 и на 3 .

Задание 48. Когда вы читаете текст, наверное, надеетесь узнать новое, уточнить смысл, формулировки знакомого понятия, дополнить знания новыми примерами, деталями. Не каждый текст содержит всю эту информацию, которую вы хотели бы получить. Значит следует поискать другие тексты, внимательно прочитать, чтобы не пропустить важное, полезное.

Раздел III
ИССЛЕДУЙТЕ СВОЙСТВА НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

УДАЧНЫЕ ЧИСЛА

Знакомимся с удачными числами

Предлагаем познакомиться с одним интересным классом натуральных чисел.

Задание 1. Рассмотрите два числа 2213 и 2113. Чем отличаются эти числа? Укажите различия.

Кто из учеников – Витя или Коля, – по Вашему мнению, ответил на вопрос интереснее:

Витя: В разделе сотен у этих чисел разные цифры.

Коля: Цифры первого числа можно разбить на группы {2, 2} и {1, 3}, суммы цифр в группах равны. Цифры второго числа разбить на такие группы нельзя.

Рассмотрите два числа: 3452 и 5327. Для какого из этих чисел выполняется свойство, указанное Колей?

Задание 2. Изучите следующие натуральные числа:

11; 22; 1230, 2301; 4211; 2411; 4112; 101; 1235; 1245; 2255; 1236; 6321; 3216.

Какие из чисел являются «лишними»?

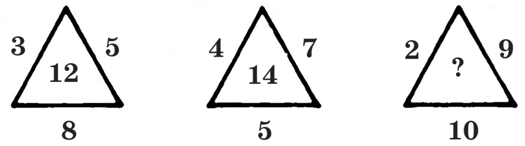
Вставьте пропущенную цифру.

7	9	5	11
4	15	12	7
13	8	11	

Подчеркните лишние названия городов.

Канберра *Вашингтон* *Лондон* *Париж*
Нью-Йорк *Берлин* *Оттава*

Вставьте недостающую цифру.



Попробуйте прежде, чем читать текст из учебника «Арифметика» для 5—6 класса, который написал И.Н. Шевченко, вспомнить, что вы уже знаете о признаках делимости натуральных чисел, понять, что вы хотите узнать, и после прочтения текста осознать. что вы узнали. Для этого заполняйте таблицу (ЗХУ).

Знаю	Хочу знать	Узнал

§ 37. О признаках делимости чисел

Во многих случаях очень важно бывает определить, не выполняя деления, разделится ли нацело одно число на другое. Пусть требуется, например, ответить на вопрос: будет ли 156 делиться на 3? Чтобы ответить на поставленный вопрос, можно, конечно, разделить первое число на второе, но такой приём является невыгодным. Поэтому в арифметике пытаются, не производя деления, узнать, разделится ли одно число на другое нацело или нет. В силу этого мы теперь займемся изучением таких особенностей или свойств чисел, которые позволяют судить о делимости одного числа на другое. Сейчас мы выведем некоторые из этих «признаков» делимости.

. . .

§ 39. Признаки делимости на 9 и на 3

Какие числа делятся на 9? Прежде всего на 9 делятся все числа, которые написаны посредством цифры 9, т.е.

9; 99; 999; 9 999 и т.д.

Далее, запомним, что числа, изображаемые единицей с нулями, при делении на 9 дают в остатке 1. В самом деле, 10 : 9 = 1 и 1 в остатке; 100 : 9 = 11 и 1 в остатке; 1000 : 9 = 111 и 1 в остатке; 10 000 : 9 = 1 111 и 1 в остатке.

Приняв это во внимание, разделим на 9 число 567. Представим его в виде суммы разрядных единиц:

$$567 = 500 + 60 + 7.$$

Число 500 при делении на 9 даёт в остатке пять (5) единиц, потому что каждая сотня при делении на 9 даёт в остатке 1.

Число 60 при делении на 9 даёт в остатке шесть (6) единиц, потому что каждый десяток при делении на 9 даёт в остатке 1.

Число семь (7) не делится на 9 и тоже является остатком.

Таким образом, у нас получились следующие остатки: 5, 6 и 7.

Если сумма этих остатков, т.е. 5 + 6 + 7 = 18, разделится на 9, то и число 567 разделится на 9. В данном случае сумма остатков на 9 делится.

Если же мы возьмём другое число, например 476, у которого сумма остатков, как легко сообразить на основании предыдущего, будет:

$$4 + 7 + 6 = 17,$$

то здесь сумма остатков на 9 не делится; значит, и все число (476) на 9 не разделится.

Но что представляет собой эта сумма остатков? Это есть сумма чисел, соответствующих цифрам данного числа (ради краткости говорят, что это есть сумма цифр числа).

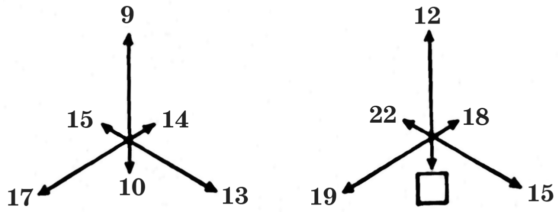
Поэтому признак делимости на 9 можно высказать так: **на 9 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.**

Всякое число, делящееся на 9, будет делиться и на 3 (но не наоборот). Мы могли бы провести подобные рассуждения применительно к числу 3. Тогда признак делимости на 3 был бы высказан так: **на 3 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.** Например, на 3 делятся: 51; 231; 8 112; 12 345.

Вставьте недостающую цифру.

2	5	7
4	7	5
3	6	□

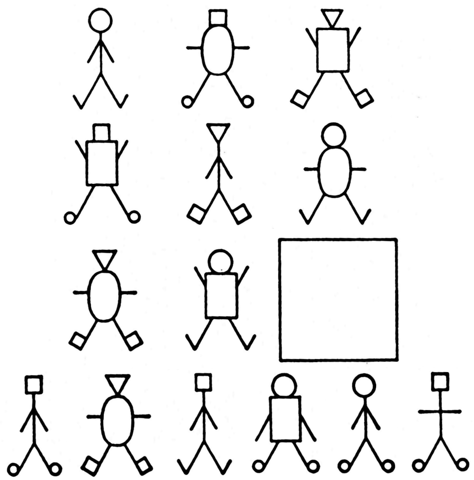
Вставьте недостающую цифру.



Вставьте недостающую букву.

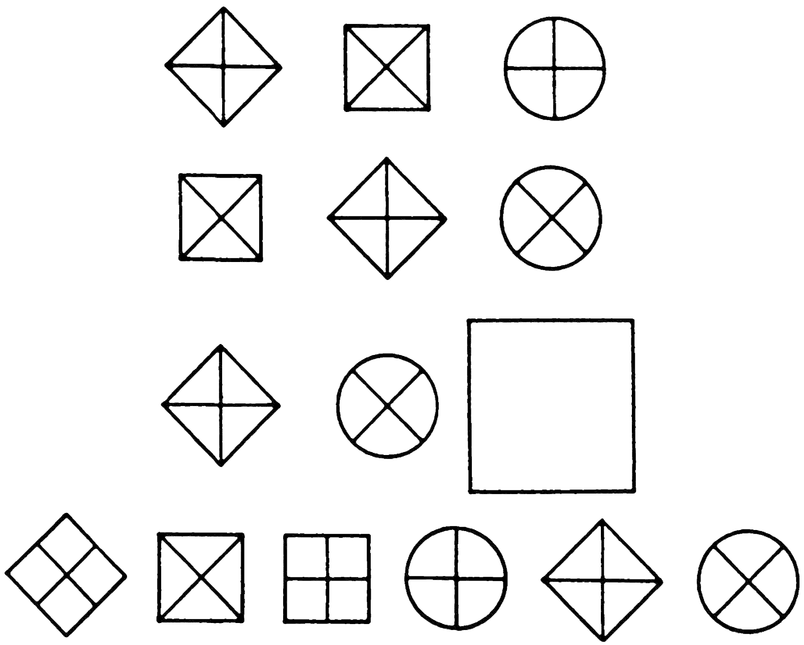
М	П	И
Р	У	Н
Д	Ж	□

Какая из шести пронумерованных фигур должна занять свободное место? (Впишите номер в квадрат.)



1 *2* *3* *4* *5* *6*

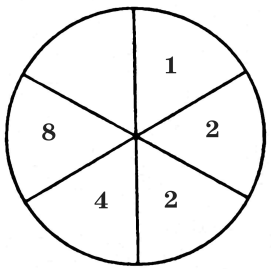
Какая из шести пронумерованных фигур должна занять свободное место? (Впишите номер в квадрат.)



1 2 3 4 5 6

Ответ: 3. (Каждый ряд содержит круг, квадрат и ромб; перпендикулярные линии внутри фигур чередуются с наклонными. Следовательно, недостающая фигура должна представлять собой квадрат с перпендикулярными линиями внутри.)

Вставьте недостающую цифру.



Ответ: 32. (Умножьте первое число на второе, чтобы получить третье: 1 х 2 = 2, затем умножьте второе число на третье, чтобы получить четвертое, и так далее. 4 х 8 = 32.)

Проверьте себя

(Тестовая работа)

Выберите верный вариант ответа и отметьте его $\boxtimes$.

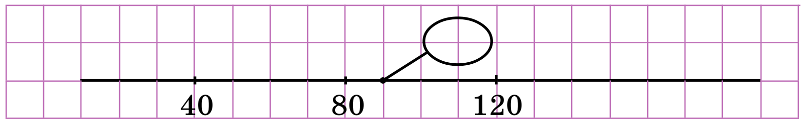
1. Число тринадцать тысяч семьсот два записывается с помощью цифр так:

1372 13720 13702

2. Число 30720 записывается в виде суммы разрядных слагаемых так:

$30000+700+20$ $3000+700+20$ $30000+70+2$

3. Точке, отмеченной на координатном луче,



соответствует число:

81 90 100

4. При сравнении величин 22530 г с величиной 23 кг нужно поставить знак

= > <

5. При сложении данных чисел получится:

$$\begin{array}{r}+\begin{array}{r}43765\\9438\end{array}\\\hline 52193\end{array}\qquad\begin{array}{r}+\begin{array}{r}43765\\9438\end{array}\\\hline 53193\end{array}\qquad\begin{array}{r}+\begin{array}{r}43765\\9438\end{array}\\\hline 53183\end{array}$$

6. При вычитании данных чисел получится:

$$\begin{array}{r}-\begin{array}{r}57200\\9236\end{array}\\\hline 66436\end{array}\qquad\begin{array}{r}-\begin{array}{r}57200\\9236\end{array}\\\hline 52036\end{array}\qquad\begin{array}{r}-\begin{array}{r}57200\\9236\end{array}\\\hline 47964\end{array}$$

7. При умножении натуральных чисел получится:

а)

$$\begin{array}{r} \times\ 1526 \\ 407 \\ \hline +\ 10682 \\ 6104\ \ \\ \hline 621082 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 1526 \\ 407 \\ \hline +\ 10682 \\ 6104\ \ \\ \hline 71722 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 1526 \\ 470 \\ \hline +\ 10682 \\ 6084\ \ \\ \hline 619082 \end{array}$$

☐ ☐ ☐

8. При делении числа 876720 на 4215 получится:

$$\begin{array}{r|l} -876720 & 4215 \\ \cline{2-2} 8430\ \ & 2008 \\ \hline -33720 & \\ 33720 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -876720 & 4215 \\ \cline{2-2} 8430\ \ & 208 \\ \hline -3372\ & \\ 0 & \\ \hline 33720 & \\ 33720 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} -876720 & 4215 \\ \cline{2-2} 8430\ \ & 28 \\ \hline -33720 & \\ 33720 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

☐ ☐ ☐

9. Какое из чисел делится одновременно и на 2; и на 3; и на 5?

28350 ☐ 28035 ☐ 28503 ☐

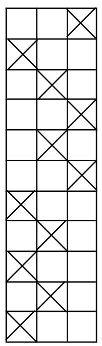
10. За 5 м ткани заплатили 1525 рублей. Сколько стоит 3 м такой же ткани?

105 р. ☐ 915 р. ☐ 909 р. ☐

11. Значение числового выражения

$$21000 - 11000 : (146 - 46) \cdot 55$$

равно 14950 ☐ 5500 ☐ 20998 ☐



Вставьте в скобки недостающее слово.

луг (зеленый) юнец
лес (   ) дождь

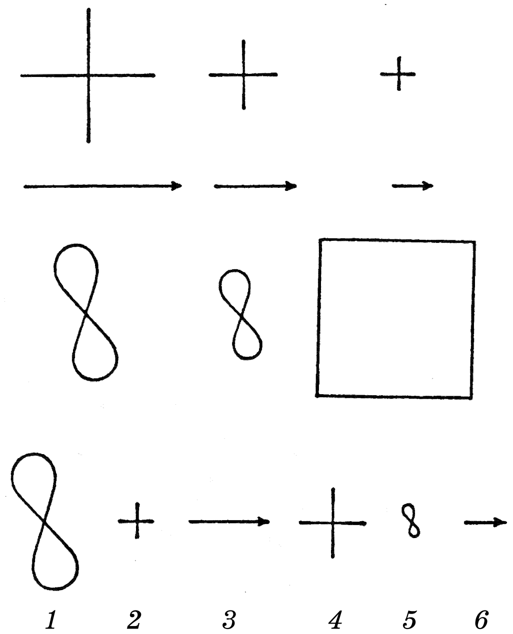
Ответ: Грибной. (Центральное слово образует смысловую цепочку между словами, которые находятся за скобками.)

Вставьте в скобки значимое слово, которое завершает первое слово и начинает второе (намек: колоть).

ПЕРЕ (   )ОТЬ

Ответ: Дом.

Какая из шести пронумерованных фигур должна занять свободное место? (Впишите номер в квадрат.)



Ответ: 5. (Размер фигур уменьшается слева направо.)

Из тестов *IQ* Г. Айзенка

«Познай себя» — призыв, завещанный нам греками. Так начинает вступление к своей книге тестов Г.Ю. Айзенк, известный во всем мире психолог.

В классических *IQ* тестах Г.Ю. Айзенка, как и во многих других подобных тестах, есть задания на нахождение лишней или парной фигуры, пропущенного слова или числа и т.п., но при этом часто используются натуральные числа.

Проверьте свои способности к поиску закономерностей, выполнив некоторые задания из тестов Айзенка.

Тест № 1

Вставьте пропущенное число.

2 5 8 11 □

Ответ: 14. (Каждое следующее число на 3 больше предыдущего.)

Подчеркните лишнее слово.

дом иглу бунгало офис хижина

Ответ: Офис. (Люди не живут в офисе.)

Найдите недостающие числа.

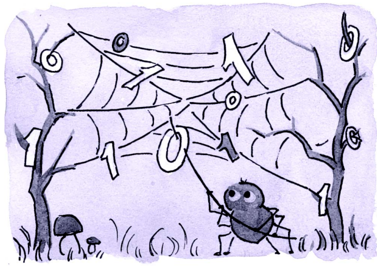
7 10 9 12 11 □ □

Ответ: 14 и 13. (Две чередующиеся серии, в каждой прибавляется по 2 к следующему члену последовательности.)

Подчеркните лишнее слово.

селедка кит акула барракуда треска

Ответ: Кит. (Это млекопитающее, все остальные — рыбы.)



Раздел II.
НАЙДИТЕ СВЯЗИ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ В ДЕЙСТВИЯХ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Нуль и единица

Задание 49.

1. Вставьте знак <, >, =: $356 \cdot 57$ ○ 20000.

2. Составьте задачу, при решении которой потребовались бы такие действия.

Задание 50. Заполните пропуски так, чтобы получились верные равенства:

1) 1000 + 100 + 1 млн = □
2) 2 млн – 1 тыс. – □ = 1 тыс.
3) □ : 200 = 200
4) □ · □ = 10000 см^2 = □ м^2
5) 34200000 : □ > 17000

Задание 51. а) Вставьте знаки <, >, =

1) 720 + 0 ○ 720;	7) 0 · 1 · 720 ○ 720;
2) 0 + 720 ○ 720;	8) 0 : 720 ○ 0 · 720;
3) 720 – 0 ○ 720;	9) 1 · 720 ○ 720 :1;
4) 720 · 0 ○ 720;	10) 720 : 1 ○ 1 : 720;
5) 720 · 1 ○ 720;	11) 720 + 1 ○ 720 – 1;
6) 0 : 720 ○ 720;	12) 720 + 1 ○ 720 · 1.

б) Составьте аналогичное задание.

в) Сформулируйте правило: действия натуральных чисел с нулем; с единицей.

Задание 52. Заполните пропуски:

а) ■ · 0 = ☐
■ + 0 = ☐
■ − 0 = ☐
■ · 1 = ☐
■ : 1 = ☐
■ − ■ = ☐

б) 1977 + ☐ = 1977
1977 − ☐ = 1977
1977 · ☐ = 1977
1977 : ☐ = 1977

Задание 53. а) Какой цифрой оканчивается произведение?

Заполните пропуски:

1 · 2 · 3 · 4 · 5 = ...☐
3 · 4 · 5 · 6 · 7 = ...☐
24 · 25 · 26 · 27 · 28 = ...☐

Произведение любых пяти последовательных натуральных чисел оканчивается на ☐.

5. Когда 12 книг переставили на другую полку, то книг на полках стало поровну. На сколько книг было больше на первой полке, чем на второй?

6. Между цифрами расставьте знаки действий так, чтобы равенство стало верным.

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8 ☐ 9 = 100

7. Во сколько раз километр больше 2 мм?

8. Сколько квадратных плиток площадью 1 дм^2 потребуется для того, чтобы выложить пол в комнате площадью 20 м^2?

9. Какой цифрой заканчивается произведение?
32 · 33 · 34 · 35 · 36 · 37 = ...☐

Верно ли, что $7 \vee 6 = 6 \vee 7$?

3) Если $x♥ = x + 5$, то $(4♥ + 3♥)♥ =$ ☐.

Составьте задания, в которых используются новые действия с натуральными числами.

Викторина

1. Выписаны подряд числа от 1 до 100. Сколько раз при этом будет записана цифра 8?

2. Один из двух множителей равен 20. Как изменится произведение, если второй множитель уменьшить на 4?

3. В числе 57462 зачеркните две цифры так, чтобы оставшееся число было

а) наибольшим;

б) наименьшим.

4. Расставьте скобки таким образом, чтобы получить а) наибольший и б) наименьший результаты:

а) $200 - 30 \cdot 4 + 2$; $200 - 30 \cdot 4 + 2$;

б) $200 - 30 \cdot 4 + 2$; $200 - 30 \cdot 4 + 2$;

б) Запишите последнюю цифру произведения

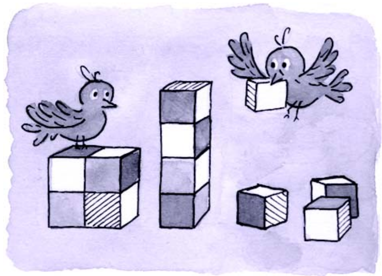
$144 \cdot 99 \cdot 125 = \dots$ ☐

$1017 \cdot 985 \cdot 502 \cdot 7 = \dots$ ☐

в) При наличии каких множителей оканчивается нулем произведение?

г) В каком случае разность чисел оканчивается нулем?

Изменение суммы, разности, произведения, частного



Задание 54.

а) Если $2960 + 1484 = 4444$, то вычислите устно:

1) $2970 + 1484 =$ ☐
2) $2860 + 1484 =$ ☐
3) $3960 + 1484 =$ ☐
4) $1485 + 2960 =$ ☐
5) $2961 + 1485 =$ ☐
6) $2961 + 1483 =$ ☐
7) $12960 + 1494 =$ ☐

б) Сделайте выводы о том, как изменяется сумма, при изменении слагаемых.

в) Составьте на основе этих выводов свои интересные примеры.

г) Какие из законов сложения позволяют Ваши выводы применить для любых натуральных чисел:

$a + b = b + a$, $(a + b) + c = a + (b + c)$?

Задание 55. а) Заполните пропуски:

$7 - 3 = 4;$ $(7 + 2) - (3 + 2) = \square$

$7 + 2 - 3 = \square$

$7 - (3 + 2) = \square$

$7431 - 199 = \square$; $(7431 + 2) - (199 + 2) = \square$

$(7431 + 2) - 199 = \square$

$(7431 - 2) - 199 = \square$

$7431 - (199 + 2) = \square$

$7431 - (199 - 2) = \square$

$(7431 - 74) - (199 - 74) = \square$

б) Закончите предложения:

Если уменьшаемое и вычитаемое увеличить (уменьшить) на одно и то же число, то разность

Если уменьшаемое увеличить (уменьшить) на некоторое число, то

Если вычитаемое увеличить (уменьшить) на какое-то число, то

Задание 73. 1) Допишите четырехзначное число 983□ так, чтобы оно делилось на 2 и на 3.

2) Существует ли такое число □, чтобы 983□ делилось на 3 и на 5? на 2 и на 5?

3) Заполните пропуски в записи числа 983□□ так, чтобы число делилось на 2 и на 3.

Задание 74 Сколько чисел в первой сотне натуральных чисел делятся нацело

и на 3 и на 2?

на 3, но не на 9?

на 3, но не на 2?

Задание 75. Если первые 9 чисел натурального ряда обозначить первыми 9 буквами русского алфавита, то

а) Сравните числа, заполните пропуски:

1) АБВ ◯ ВАБ
2) СА ◯ ДБ
3) ААА ◯ ЕД
4) ВБ > В□
5) ДЕДЕ < Д□ДД

б) Сложите числа:

1) ААА + БББ = □
2) АБВ + ДЕ = □
3) ГА + ДАД = □

в) Хватит ли вам 9 различных букв, чтобы записать сумму любых двух слагаемых в этой системе записи?

Задание 76.

1) Если $a * b = a + b$, то $995 * 9 = \square$.

2) Если $a \vee b = a \cdot b + 5$, то $6 \vee 7 = \square$.

5) Подрядчик зарабатывает 4 рубля в минуту. Каков его доход за 25 рабочих дней, если рабочий день длится 8 часов?

6) От города до села вы доезжаете обыкновенно за 4 часа. Сколько времени понадобится на дорогу туда и обратно, если скорость будет вдвое меньше обыкновенной?

Задание 72. 1) Сумма двух последовательных натуральных чисел равна 69. Найдите эти числа.

2) Сумма трех последовательных натуральных чисел равна 69. Чему равны эти числа?

3) Сумма 4 последовательных числе равна 66. Каковы эти числа?

4) Составьте аналогичную задачу.

в) Составьте свои задания на использование этих свойств вычитания.

Задание 56. а) Устно вычислите:

1) $125 \cdot 8 = 1000$;
2) $125 \cdot 80 =$
3) $1250 \cdot 80 =$
4) $(125 \cdot 5) \cdot (8 \cdot 2) =$
5) $250 \cdot 8 =$
6) $125 \cdot 16 =$
7) $250 \cdot 4 =$

б) Сделайте выводы о том, как изменяется значение произведения при изменении множителей?

Какие законы умножения позволяют утверждать, что ваши выводы верны для любых натуральных чисел?

в) Составьте аналогичные примеры.

Задание 57. Выполните умножение устно:

1) $2 \cdot 40 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 25 =$

$= 10 \cdot 1000 \cdot 6 = 60000;$

2) $4 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 25 =$

3) $30 \cdot 125 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 30 \cdot 40 =$

4) $36 \cdot 25 = (9 \cdot 4) \cdot 25 = 9 \cdot (4 \cdot 25) =$

5) $32 \cdot 25 =$

6) $28 \cdot 125 =$

7) $125 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 =$

8) $\ldots \cdot 15 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot \ldots = 18000.$

Задание 58. Заполните пропуски:

6 пудов = □ · □ кг = □ · □ г

32 м = 32 · 100 см = 32 · 1000 ◯

6 ч = 6 · □ мин. = □ · 60 сек.

3 дня = □ ч = □ мин.

14 ц = □ кг = □ г.

Задание 59. а) Вставьте знаки >, <, =:

1) $7389 \cdot 102$ ◯ $7389 \cdot 99;$

2) $7388 \cdot 99$ ◯ $7389 \cdot 99;$

3) $7389 \cdot 99$ ◯ $7389 \cdot 90 + 7389 \cdot 9;$

4) $17389 \cdot 99$ ◯ $7389 \cdot 199;$

5) $73890 \cdot 99$ ◯ $7389 \cdot 990;$

6) $738900 \cdot 990$ ◯ $73890 \cdot 9900.$

Составьте аналогичное задание.

Задание 70. Найдите значение выражения:

1) $123 \cdot 27 + 123 \cdot 23 + 50 =$ □

2) $2375 \cdot 127 - 2375 \cdot 126 =$ □

3) $25 \cdot (8 + 4 + 12) =$ □

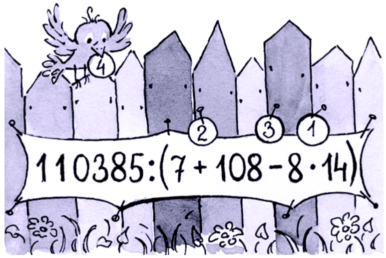
4) $4739 \cdot (47 - 3 \cdot 14) + 11 \cdot 4739 =$ □

Задание 71. 1) Бегун пробегает дистанцию со скоростью 12 м/с. Какова его скорость в км/ч?

2) Кубический километр разрезают на кубические метры и складывают полученные кубометры в одну линию. Какова ее длина?

3) Асфальтовое покрытие шоссе имеет ширину 10 м и толщину 10 см. Какова длина участка шоссе, который можно покрыть 100 кубическими метрами асфальта?

4) Очень быстрая лошадь может скакать со скоростью 72 км/ч. Сколько метров она пробегает за 1 сек.?



Порядок в действиях

Задание 68. а) Расставьте знаки действий, скобки так, чтобы получились верные равенства

600 200 100 = 12000000
600 200 100 = 1200
600 200 100 = 602
600 200 100 = 300
600 200 100 = 103
600 200 100 = 6
600 200 100 = 2

б) Какие еще результаты могут получиться при выполнении действий с числами 600, 200, 100?

600 200 100 =
600 200 100 =
600 200 100 =

в) Составьте аналогичное задание.

Задание 69. Расставьте скобки так, чтобы равенства стали верными:

1) 12 : 6 − 2 · 3 = 9;
2) 5 · 4 + 24 : 7 = 20;
3) 2 + 3 · 4 + 1 = 25;
4) 120 : 24 : 6 : 6 = 100 : 10: 10 : 5.

б) Если a, b, c — натуральные числа и $a > b$, то $ac > bc$.

Приведите примеры, иллюстрирующие приведенное утверждение.

Задание 60. Заполните таблицу. Дайте ей название.

×	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										

Укажите наименьшее и наибольшее произведения.

Повторяются ли числа в таблице? Сколько раз? Какие полезные для счета закономерности вы обнаружили в таблице?

Задание 61. Заполните пропуски:

1) $3206 : 4 = \square$ (ост. 2);

2) $\square : 7 = 42$ (ост. 5);

3) $3293 : \square = 235$ ($\square$);

4) $\square : \square = 71$ (ост. 70).

Задание 62. Заполните пропуски:

$9696 : 96 = \square$;

$196196 : 196 = \square$;

$\square : 73 = 2002$;

$\square : 100 = 1001001$;

$420420420 : 21 = \square$.

Как вы определяете количество разрядов в частном двух натуральных чисел?

Задание 63. В учебном пособии замечательного русского ученого И. К. Андронова «Арифметика натуральных чисел» есть такой текст.

В табличном произведении можно заметить две особенности: 1) произведение есть двузначное число, например, $7 \cdot 8 = 56$; 2) произведение есть однозначное число, например, $2 \cdot 3 = 6$. Из 45 табличных произведений первый случай встречается 32 раза, а второй — 13 раз. В каждом первом случае оказалось в произведении столько цифр, сколько их было в обоих сомножителях, а в каждом втором случае на одну цифру меньше. Можно убедиться, что этот вывод остается верным и для произведения любых двух натуральных чисел.

Задание 67.

а) Какой цифрой оканчиваются произведения

$4 \cdot 4 = \ldots\square$

$4 \cdot 4 \cdot 4 = \ldots\square$

$4 \cdot 4 \cdot 4 = \ldots\square$

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = \ldots\square$

$\ldots\ldots = \ldots\square$

$14 \cdot 24 \cdot 34 = \ldots\square$

$2574 \cdot 904 \cdot 14 = \ldots\square$

б) В каком случае произведение четверок оканчивается цифрой 4 и каком случае цифрой 6? Приведите свои примеры.

в) Составьте и выполните аналогичное задание относительно шестерки.

Стоимость = Цена · Количество

б) Как изменится скорость движения, если:

1) на тот же путь будет потрачено в два раза больше времени?

2) за то же время будет пройдено в 3 раза большее расстояние?

3) в два раза больший путь будет пройден за время, в два раза меньшее?

4) составь свою задачу.

в) Составь аналогичные вопросы о зависимости компонентов в формулах $S = a \cdot b$, С = Ц · К.

I. При умножении двух круглых чисел перемножаются их первые цифры и приписывается справа столько нулей, сколько их в обоих сомножителях. Например:

1) $\underset{\text{(3 цифры)}}{600} \cdot \underset{\text{(2 цифры)}}{50} = (6 \cdot 5) \cdot 1000 = \underset{\text{(5 цифр),}}{30000}$

т.е. 3 + 2 = 5.

2) $\underset{\text{(4 цифры)}}{2000} \cdot \underset{\text{(3 цифры)}}{400} = (2 \cdot 4) \cdot 100000 = \underset{\text{(6 цифр),}}{800000}$

т.е. 4 + 3 – 1 = 6.

В произведении получается столько цифр, сколько их вместе в сомножителях или на единицу меньше.

II. То же получим и при умножении многозначных чисел.

В самом деле:

1) Пусть даны:

$\underset{\text{четырехзначное}}{8248} \cdot \underset{\text{трехзначное}}{329} = \underset{\text{семизначное } (4+3=7)}{2713529}$

2) $\underset{\text{четырехзначное}}{1248} \cdot \underset{\text{трехзначное}}{212} = \underset{\text{шестизначное } (4+3-1=6)}{264576}$

Вообще:

```
    * * * *   — любое четырехзначное число
      * * *   — любое трехзначное число
  ---------
  ? * * * *
? * * * *
? * * * *
---------------
? * * * * * *   — шести- или семизначное число
```

Подобные рассуждения можно провести и с любыми другими произведениями из двух сомножителей.

Следовательно, ***произведение двух натуральных чисел имеет цифр столько, сколько их вместе в обоих сомножителях или на единицу меньше.***

1. Озаглавьте текст.

2. Где может быть полезен вывод (полезно правило), выделенный в этом тексте?

3. Попытайтесь получить аналогичное правило, касающееся деления натуральных чисел.

Задание 64. а) Вычислите устно:

1) $26861 : 21 = 1041$;
2) $(8 \cdot 26861) : (8 \cdot 21) = \boxed{}$;
3) $2 \cdot 26861 : 21 = \boxed{}$;
4) $100 \cdot 26861 : 2100 = \boxed{}$;
5) $26861 : (21 \cdot 1041) = \boxed{}$;
6) $(3 \cdot 26861 - 2 \cdot 26861) : 21 = \boxed{}$.

б) $a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$

Опишите словами данное свойство деления натуральных чисел.

в) Приведите примеры применения свойств деления.

Задание 65. а) Заполните пропуски:

1) $(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8) : (2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8) = \boxed{}$;
2) $(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) : (72 \cdot 42 \cdot 20) = \boxed{}$;
3) $(0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9) : (10 \cdot 12) = \boxed{}$;
4) $(11 \cdot 12 \cdot 13) : \boxed{} = 2$.
5) $(9 \cdot 10 \cdot \boxed{}) : 80 = 18$.

б) Составьте аналогичное задание.

Задание 66. а) Сделайте рисунки или пояснения к формулам.

$v = S : t$

$S = a \cdot b$