

Национальный фонд подготовки кадров  
Проект «Информатизация системы образования»  
Издательство ТГПУ

Э.Г. Гельфман, Л.Н. Демидова,  
Н.И. Зильберберг, И.Г. Просвинова, А.В. Арбит

# **РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА**

**Рабочая тетрадь по математике**

**6 класс**

*Томск*

*2008*



*Издание подготовлено в рамках проекта «Информатизация системы образования», реализуемого Национальным фондом подготовки кадров по заказу Министерства образования и науки Российской Федерации.*

**Гельфман Э.Г., Демидова Л.Н., Зильберберг Н.И., Просви-  
рова И.Г., Арбит А.В.** Рациональные числа: Рабочая тетрадь  
по математике. 6 класс. Томск: изд-во Томского государ-  
ственного педагогического университета, 2008. 128 с.

Рабочая тетрадь является приложением к развивающему  
программному комплексу по математике.

*Э.Г. Гельфман* – научный руководитель проекта ИУМК  
«Компетентность. Инициатива. Творчество», *Л.Н. Демидо-  
ва* – автор заданий I и II разделов, *И.Г. Просви-  
рова* – автор  
заданий I раздела, *Н.И. Зильберберг, А.В. Арбит* – авторы  
III раздела.

Научное редактирование: *кандидат педагогичес-  
ких наук, доцент ТГПУ  
А.Г. Подстригич*

Художник *М.В. Ермакова*

*Дорогой шестиклассник!*

Рабочая тетрадь по теме «Рациональные числа» включает три раздела.

Первый раздел состоит из заданий тренировочного характера по темам: признаки делимости рациональных чисел; сравнение; сложение, вычитание, умножение и деление рациональных чисел.

В заданиях второго раздела рабочей тетради вам предлагается исследовать связи и закономерности в действиях над рациональными числами.

Здесь же вы встретите задания, содержащие фрагменты из разных учебников и пособий по математике. Выполняя эти задания, вы научитесь приемам работы с научно-популярным текстом.

В третьем разделе мы предлагаем вам поработать над олимпиадными заданиями; выполнить творческие, проектно-исследовательские задания по теме «Рациональные числа».

Свою работу вы можете выполнять последовательно, переходя от раздела к разделу. А можете выбрать понравившийся вам раздел, справиться с ним и получить от этого удовольствие!

Удачи вам в этой работе!

## Содержание

<b>Предисловие .....</b>	<b>3</b>
<b>Раздел I. ТРЕНИРУЕМСЯ В ДЕЙСТВИЯХ</b>	
<b>С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ .....</b>	<b>5</b>
Делимость чисел .....	5
Понятие рационального числа .....	14
Сравнение рациональных чисел .....	24
Сложение и вычитание рациональных чисел ...	30
Умножение и деление рациональных чисел.....	38
Все действия с рациональными числами .....	49
Проверьте себя .....	53
<b>Раздел II. НАЙДИТЕ СВЯЗИ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ</b>	
<b>В ДЕЙСТВИЯХ НАД РАЦИОНАЛЬНЫМИ</b>	
<b>ЧИСЛАМИ .....</b>	<b>55</b>
Нуль и единица .....	55
Сравнение рациональных чисел .....	71
Действия с рациональными числами .....	83
Викторина .....	100
<b>РАЗДЕЛ III. ИССЛЕДУЙТЕ СВОЙСТВА</b>	
<b>НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ .....</b>	<b>104</b>
Творческие задания .....	104
Исследовательские задания .....	105
Олимпиадные задания по математике .....	118
<b>Литература .....</b>	<b>128</b>

Раздел I

**ТРЕНИРУЕМСЯ  
В ДЕЙСТВИЯХ  
С РАЦИОНАЛЬНЫМИ  
ЧИСЛАМИ**

**Делимость чисел**



*Задание 1.* 1. Заполните пропуски в разложении чисел на множители:

$$20 = 1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = \boxed{4} \cdot \boxed{5};$$

$$23 = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}};$$

$$24 = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}};$$

$$25 = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}};$$

$$26 = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}} \cdot \boxed{\phantom{0}};$$

$$32 =$$

$$36 =$$

2. Запишите все делители числа:

$D_{20} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\};$									
$D_{23} = \{ \phantom{0}; \phantom{0} \};$									
$D_{24} = \{ \phantom{0}; \phantom{0} \};$									
$D_{27} = \{ \phantom{0}; \phantom{0} \};$									
$D_{42} = \{ \phantom{0}; \phantom{0} \}.$									

3. Заполните пропуски в разложении числа на простые множители:

$24 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$									
$25 = \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0};$									
$\dots = 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$									
$\dots = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7;$									
$31 = \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0};$									
$32 = \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0};$									
$36 = \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0};$									
$\dots = 1 \cdot 47;$									
$48 = \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0};$									
$196 = \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0}.$									





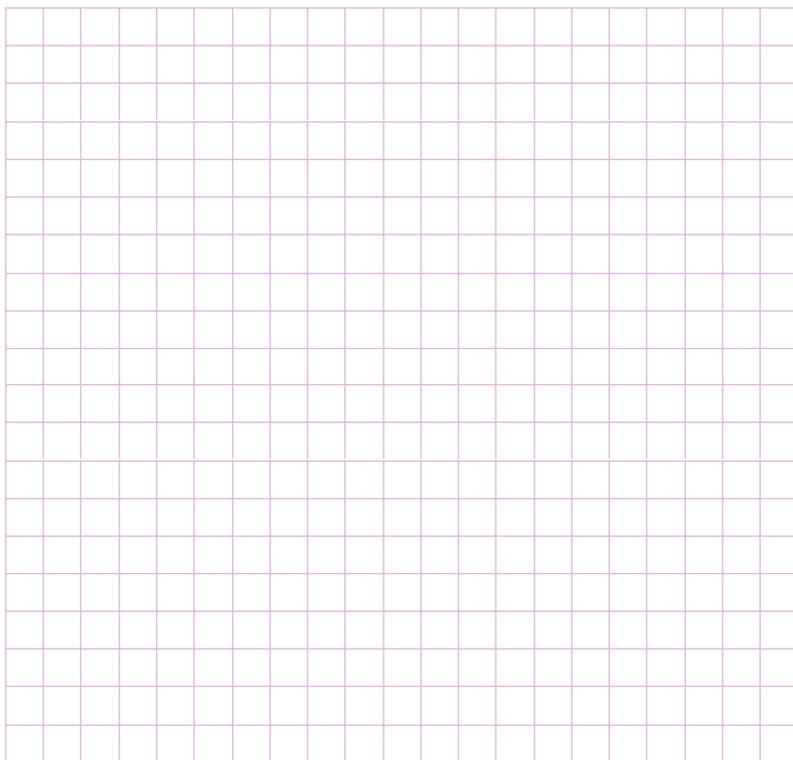




*Задание 11.* 1. Проанализируйте запись и ответьте чему равно наименьшее общее кратное чисел 36 и 48? Сколько общих кратных у чисел 36 и 48? Назовите три из них.

$$\begin{array}{r} 36 = 2 \cdot 2 \cdot \phantom{2} \cdot \phantom{2} \cdot 3 \cdot 3 \\ 48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ \hline \text{НОК (36, 48)} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 144 \end{array}$$

2. Найдите: НОК (36, 30);  
НОК (16, 42, 14);  
НОК (110, 273).











4. Продолжите равенства:

$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4} = \frac{3}{\square} = \frac{\square}{12} = \frac{\square}{\square} = 0, \dots$$

$$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6} = \frac{4}{\square} = 0,333\dots$$

$$\frac{1}{4} = \frac{\square}{12} = 0, \dots$$

$$\frac{2}{1} = \frac{\square}{3} = \frac{8}{\square} = \frac{12}{\square} = \frac{\square}{2} = 2$$

$$-\frac{3}{2} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = -1,5.$$

**Задание 19.** Заполните пропуски и отметьте на метровой линейке.

$$\frac{1}{10} \text{ м} = \square \text{ см};$$

$$\square \text{ м} = 75 \text{ см} = 0,75 \text{ м};$$

$$\frac{1}{5} \text{ м} = \square \text{ см};$$

$$\square \text{ м} = 0,5 \text{ м};$$

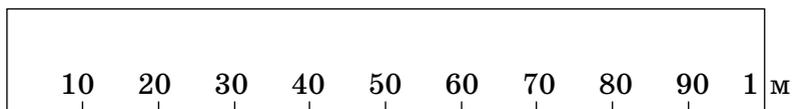
$$\square \text{ м} = 30 \text{ см};$$

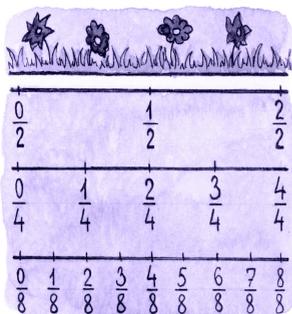
$$\frac{\square}{5} \text{ м} = 0,6 \text{ м};$$

$$\frac{1}{4} \text{ м} = \square \text{ см};$$

$$\frac{4}{5} \text{ м} = 0, \square \text{ м};$$

$$\square \text{ м} = 2 \text{ дм}.$$





**Задание 20.** Приведите дроби:

а) к знаменателю 20:

$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{3}{4} = \frac{\square}{20}; \quad \frac{4}{5} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{11}{10} = \frac{\square}{\square}.$$

б) к знаменателю 36:

$$\frac{5}{12} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{4}{9} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}.$$

в) к знаменателю 100:

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{3}{25} = \frac{\square}{\square}; \quad \frac{14}{5} = \frac{\square}{\square}.$$

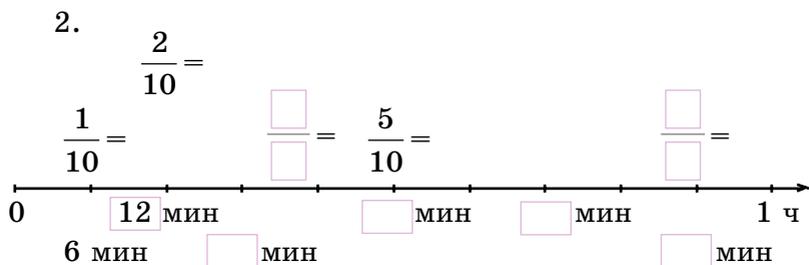
**Задание 21.**

1. Если число можно представить в виде  $\frac{a}{b}$ , где  $a$  – целое число,  $b$  – натуральное число, то это рациональное число.

Заполните таблицу.

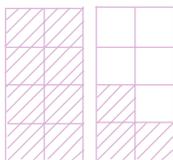
	Натуральные числа	Целые числа	Дробные числа	Рациональные числа
7				
-2		*		*
12,7				
-0,05				
0				
199				
$\frac{3}{4}$				
$-\frac{77}{11}$				
0,(3)				
$\frac{8}{11}$				
	*			*
			*	*





Задание 23. Заполните пропуски:

а)



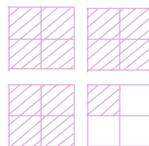
$$\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8};$$

б)



$$\frac{\square}{\square} = 2\frac{\square}{\square};$$

в)



$$\frac{\square}{\square} = 3\frac{\square}{\square}.$$

Задание 24.

1. Выделите целую часть из неправильной дроби:

а)  $\frac{19}{5} = \square$ ;

в)  $\frac{85}{9} = \square$ ;

д)  $\frac{63}{2} = \square$ ;

б)  $\frac{57}{12} = \square$ ;

г)  $\frac{47}{6} = \square$ ;

е)  $\frac{33}{7} = \square$ .

2. Представьте число в виде неправильной дроби:

а)  $3\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$ ;

в)  $10\frac{7}{8} = \frac{\square}{\square}$ ;

д)  $20\frac{15}{17} = \frac{\square}{\square}$ ;

б)  $1\frac{2}{7} = \frac{\square}{\square}$ ;

г)  $11\frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$ ;

е)  $25 = \frac{\square}{\square}$ .

*Задание 25.* Прочитайте фрагмент из книги «Занимательная арифметика» известного российского популяризатора науки Я.И. Перельмана.

*Глава десятая*

**ЧИСЛОВЫЕ ЛИЛИПУТЫ  
ОТ ВЕЛИКАНОВ К КАРЛИКАМ**

Гулливер в своих странствованиях, покинув карликов-лилипутов, очутился среди великанов. Мы путешествуем в обратном порядке: познакомившись с числовыми исполинами, переходим к миру лилипутов, – к числам, которые во столько же раз меньше единицы, во сколько единица меньше арифметического великана.

Разыскать представителей этого мира не составляет никакого труда: для этого достаточно написать ряд чисел, обратных миллиону, миллиарду, биллиону и т.д., то есть делить единицу на эти числа. Получающиеся дроби

$$\frac{1}{1000000}, \frac{1}{1000000000}, \frac{1}{1000000000000} \text{ и т.д.}$$

есть типично числовые лилипуты, такие же пигмеи по сравнению с единицей, каким является единица по сравнению с миллионом, миллиардом, биллионом и прочими числовыми исполинами.

Вы видите, что каждому числу-исполину соответствует число-лилипут и что, следовательно, числовых лилипутов существует не меньше, чем исполинов. Для них также придумав сокращенный способ обозначения. Мы уже упоминали (стр. 135), что весьма большие числа в научных сочинениях (по астрономии, физике) обозначаются так:

$$\begin{array}{ll} 1\ 000\ 000 \dots\dots\dots & 10^6 \\ 10\ 000\ 000 \dots\dots\dots & 10^7 \\ 400000000 \dots\dots\dots & 4 \cdot 10^8 \\ 6 \text{ квадрионов} \dots\dots\dots & 6 \cdot 10^{24} \text{ и т.д.} \end{array}$$

Соответственно этому, числовые лилипуты обозначаются следующим образом:

$$\frac{1}{1000000} \dots\dots\dots 10^{-6}$$

$$\frac{1}{100000000} \dots\dots\dots 10^{-8}$$

$$\frac{3}{1000000000} \dots\dots 3 \cdot 10^{-9} \text{ и т.д.}$$

Есть ли однако реальная надобность в подобных дробях? Приходится ли когда-нибудь действительно иметь дело с столь мелкими долями единицы?

Об этом интересно побеседовать подробнее.

### ЛИЛИПУТЫ ВРЕМЕНИ

Секунда, по обычному представлению, – настолько малый промежуток времени, что с весьма мелкими частями ее не приходится иметь дела ни при каких обстоятельствах.

Легко написать  $\frac{1}{1000}$  секунды, – но это чисто бумажная величина, потому что ничего будто бы не может произойти в такой ничтожный промежуток времени.

Так думают многие, но ошибаются, потому что в тысячную долю секунды могут успеть совершиться весьма многие явления. Поезд, проходящий 36 километров в час, делает в секунду 10 м и следовательно в течение 1000-й доли секунды продвинуться на один сантиметр. Звук в воздухе переносится в течение 1000-й доли секунды на 33 сантиметра, а пуля, покидающая ружейный ствол со скоростью 700–800 м в секунду, переносится за тот же промежуток времени на 70 см. Земной шар перемещается каждую 1000-ю долю секунды, в своем обращении вокруг Солнца, на 30 м. Струна, издающая высокий тон, делает в 1000-ю долю секунды 2–4 и более полных колебания; даже комар

успевают в это время взмахнуть вверх или вниз своими крылышками. Молния длится гораздо меньше 1000-й доли секунды; в течение этого промежутка времени успевает возникнуть и прекратится столь значительное явление природы (молния простирается в длину на целые километры).

Но – возразите вы – 1000-ю долю секунды еще нельзя признать за лилипута, как никто не назовет тысячу числовым гигантом. Вот если взять миллионную долю секунды, то уж наверное можно утверждать, что это – величина нереальная, промежуток времени, в течение которого ничего произойти не может. Ошибаетесь! Даже и одна миллионная доля секунды – для современного физика например – вовсе не чрезмерно маленький промежуток. В области явлений световых (и электрических) ученому сплошь и рядом приходится иметь дело с гораздо более мелкими частями секунды. Напомним прежде всего, что световой луч пробегает каждую секунду (в пустоте) 300 000 километров; следовательно, в 1 000 000-ю долю секунды свет успевает перенестись на расстояние 300 м – примерно на столько же, на сколько переносится в воздухе звук в течение целой секунды.

1. Читая, расставляйте на полях значки:

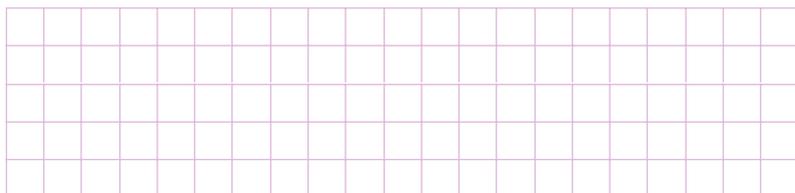
V – знакомое;

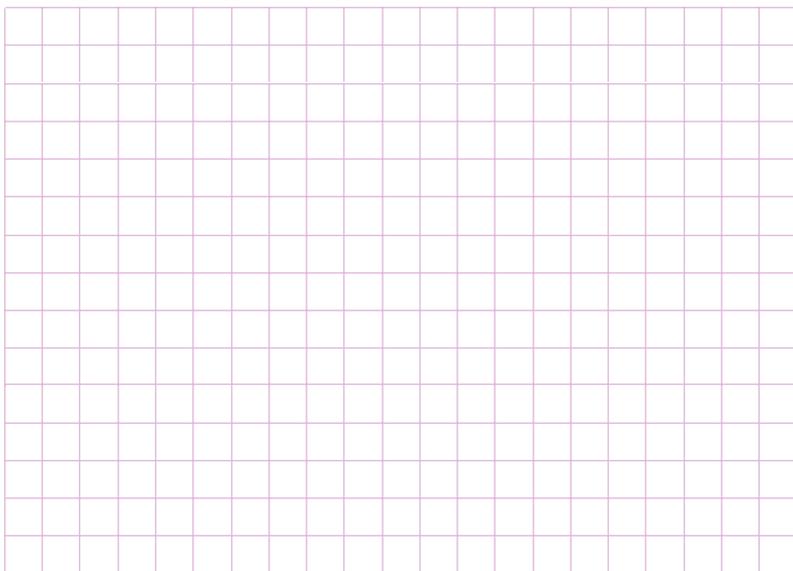
+ – новое;

? – непонятное.

2. Обсудите с одноклассниками, с учителем фрагменты текста со знаком «?».

3. Составьте две задачи с числовыми лилипутами.





**Задание 26.**

Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

1.

а)  $\frac{3}{4}$  и  $\frac{2}{5}$ ; НОК(4; 5) = 20;  $20 : 4 = 5$ ;  $20 : 5 = 4$ ;

$$\frac{3}{4} \overset{5}{=} \frac{15}{20} \text{ и } \frac{2}{5} \overset{4}{=} \frac{8}{20};$$

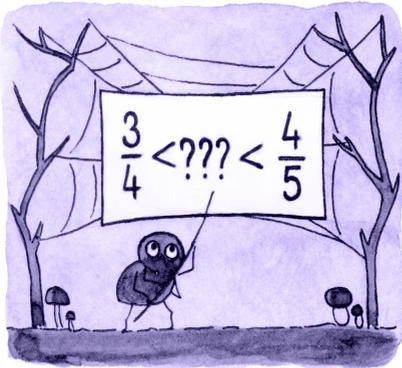
б)  $\frac{5}{16}$  и  $\frac{7}{8}$ ; НОК(16; 8) = ;

$$\frac{5}{16} \overset{\quad}{=} \frac{\square}{\square} \text{ и } \frac{7}{8} \overset{\quad}{=} \frac{\square}{\square};$$

в)  $\frac{4}{9}$  и  $\frac{5}{6}$ ; НОК(9; 6) = ;

$$\frac{4}{9} = \frac{\square}{\square} \text{ и } \frac{5}{6} = \frac{\square}{\square}.$$





## Сравнение рациональных чисел

Задание 28.

Заполните пропуски:

$$\frac{\square}{5} > \frac{\square}{5};$$

$$\frac{3}{\square} < \frac{3}{\square};$$

$$\frac{3}{\square} < 0,2;$$

$$\frac{-3}{\square} > \frac{-3}{\square};$$

$$\frac{6}{\square} > 1;$$

$$\frac{6}{\square} < \frac{1}{2}.$$

Задание 29.

Заполните пропуски. Сравните дроби  $\frac{3}{8}$  и  $\frac{2}{3}$ .

I способ:

$$\frac{3}{8} = 0,375; \quad \frac{2}{3} = 0,666... \quad 0,375 < 0,666...,$$

$$\text{значит } \frac{3}{8} \bigcirc \frac{2}{3}.$$

$$\text{II способ: } \frac{3}{8} \overset{(3)}{=} \frac{9}{24} \text{ и } \frac{2}{3} \overset{(8)}{=} \frac{16}{24};$$

$$\frac{9}{24} \bigcirc \frac{16}{24}, \text{ значит } \frac{3}{8} \bigcirc \frac{2}{3}.$$

III способ:

$$\frac{3}{8} < \frac{1}{2}; \quad \frac{2}{3} > \frac{1}{2}, \text{ значит } \frac{3}{8} \bigcirc \frac{2}{3}.$$





**Задание 33.** 1. Сравните дроби с  $\frac{1}{2}$ , а затем между собой.

а)  $\frac{4}{7} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{4}{7} \bigcirc \frac{3}{8}$ ;

б)  $\frac{6}{13} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{9}{17} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{6}{13} \bigcirc \frac{9}{17}$ ;

в)  $\frac{24}{49} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{26}{51} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{24}{49} \bigcirc \frac{26}{51}$ ;

г)  $\frac{169}{300} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{301}{700} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{301}{700} \bigcirc \frac{169}{300}$ ;

д)  $\frac{439}{878} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{2}$ ,

$\frac{439}{878} \bigcirc \frac{1}{3}$ .

2. Сформулируйте правило сравнения дробей с помощью числа  $\frac{1}{2}$ .



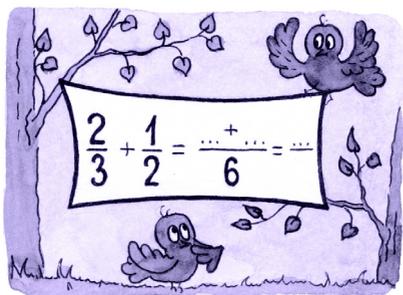
**Задание 34.** 1. Сравните дроби с разными знаками:

$\frac{29}{43} \bigcirc -\frac{10}{2}$ ;       $-\frac{144}{307} \bigcirc \frac{1}{2}$ ;

$0,002 \bigcirc -\frac{19}{13}$ ;       $-30,51 \bigcirc -\frac{3051}{1000}$ .







## Сложение и вычитание рациональных чисел

**Задание 40.** Рассмотрите рисунки и заполните пропуски:

1.

$$\frac{3}{8} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

2.

$$\frac{3}{8} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

3.

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

4.

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

5. Сумма двух дробей с одинаковыми знаменателями равна дроби с тем же знаменателем и числителем, равным \_\_\_\_\_.



**Задание 42.** Выполните сложение и вычитание смешанных чисел:

$$1. \quad 5\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8} = 7\frac{4}{8} = 7\frac{1}{2};$$

$$3\frac{8}{15} - \frac{4}{15} = 3\frac{\quad}{\quad};$$

$$6\frac{11}{12} - 2\frac{5}{12} = \quad = \quad ;$$

$$2. \quad 2\frac{3}{4} + 1\frac{5}{8} = 3 + \left( \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \right) = 3 + \frac{6+5}{8} =$$

$$= 3 + \frac{11}{8} = 3 + 1\frac{3}{8} = 4\frac{3}{8};$$

$$3\frac{4}{9} - 2\frac{1}{3} = 1 + \quad =$$

$$7\frac{3}{10} - 5\frac{2}{15} = \quad =$$

$$3. \quad 1\frac{1}{6} + 2\frac{1}{2} = \frac{7}{6} + \frac{5}{2} = \frac{7+15}{6} = \frac{22}{6} = 3\frac{4}{6} + 3\frac{2}{3};$$

$$4\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{12} = \quad ;$$

$$1\frac{6}{25} + 3\frac{11}{20} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$



2 способ

$$2\frac{3}{4} - 1\frac{7}{8} = 1 + \frac{6-7}{8} = 1 + \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{7}{8}.$$

3 способ

$$2\frac{3}{4} - 1\frac{7}{8} = \frac{11}{4} - \frac{15}{8} = \frac{22-15}{8} = \frac{7}{8}.$$

Задание 45. 1. Вычислите:

а)	$1\frac{1}{6} + 2,5 = 1\frac{1}{6} + 2\frac{5}{10} = 1\frac{1}{6} + 2\frac{1}{2} = \dots$
б)	$0,24 + 3\frac{1}{5} =$
в)	$4\frac{2}{3} + 1,75 =$
г)	$1,8 - \frac{7}{15} =$
д)	$2,65 - 1\frac{1}{3} =$

2. Найдите значение числового выражения:

а)	$3\frac{11}{20} - 1,3 = 3,55 - 1,3 =$	
б)	$1\frac{6}{25} + 0,75 =$	
в)	$5 - 2\frac{31}{50} =$	
г)	$\frac{3}{5} + 1,94 =$	
д)	$2,14 - 1\frac{17}{40} =$	

Задание 46. Найдите значение числового выражения:

а)	$4\frac{2}{13} - 10\frac{6}{7} - 5\frac{7}{13} + 3\frac{3}{7} =$
б)	$10,7 - 3\frac{7}{15} + 7\frac{5}{9} - 8\frac{2}{3} =$

Пример.

$$3\frac{7}{12} + 4\frac{8}{15} - 5\frac{5}{12} - 5\frac{7}{15} = -2\frac{23}{30}.$$

I способ

$$1. 3\frac{7}{12} - 5\frac{5}{12} = \frac{43}{12} - \frac{65}{12} = -\frac{22}{12} = -1\frac{10}{12} = -1\frac{5}{6};$$

$$2. 4\frac{8}{15} - 5\frac{7}{15} = \frac{68}{15} - \frac{82}{15} = -\frac{14}{15};$$

$$3. -1\frac{5}{6} + \left(-\frac{14}{15}\right) = -\frac{11}{6} \overset{(5)}{-} \frac{14}{15} \overset{(2)}{-} = \frac{-55-28}{30} = -\frac{83}{30} = -2\frac{23}{30}.$$

II способ

$$\begin{aligned} 3\frac{7}{12} + 4\frac{8}{15} - 5\frac{5}{12} - 5\frac{7}{15} &= \frac{43}{12} \overset{(5)}{+} \frac{68}{15} \overset{(4)}{-} \frac{65}{12} \overset{(5)}{-} \frac{82}{15} = \\ &= \frac{215+272-325-328}{60} = \frac{487-653}{60} = -\frac{166}{60} = -2\frac{46}{60} = -2\frac{23}{30}. \end{aligned}$$

*Задание 47.* Укажите номера равенств, в которых допущены ошибки.

1)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1;$

6)  $2\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2};$

2)  $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4};$

7)  $-3\frac{1}{7} - \frac{3}{7} = -4;$

3)  $6 - \frac{1}{3} = 5\frac{1}{3};$

8)  $-\frac{2}{3} + \frac{-3}{5} = \frac{-5}{8};$

4)  $\frac{-4}{5} + \frac{-3}{5} = -1;$

9)  $\frac{2}{15} + \frac{3}{8} = \frac{21}{40}.$

5)  $\frac{3}{5} + \frac{1}{20} = \frac{13}{20};$

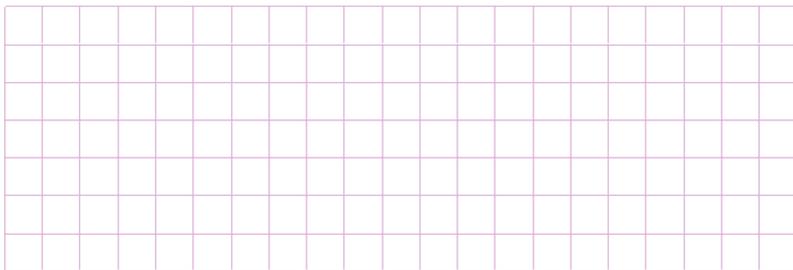


*Задание 48.* Заполните пропуски:

$1 < \square + \square < 2;$

$-2 < \square + \square < -1.$

Составьте аналогичное задание.



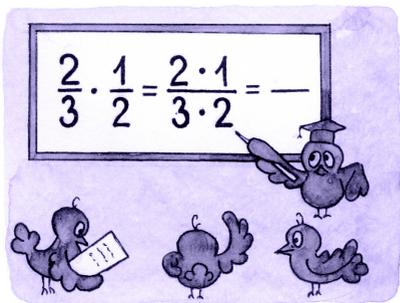
**Задание 49.** Заполните пропуски так, чтобы сумма чисел в строках, столбцах, по диагоналям равнялась

а)  $7\frac{1}{2}$ ; б)  $\frac{3}{4}$ ; в)  $1\frac{1}{2}$ .

		1
	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{5}$		
	$\frac{1}{4}$	
$-\frac{2}{5}$		

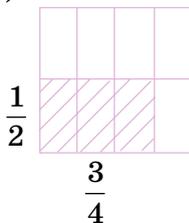
$\frac{2}{5}$		$-\frac{1}{5}$
	$\frac{1}{10}$	



## Умножение и деление рациональных чисел

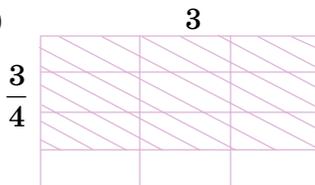
**Задание 50.** 1. Вычислите площадь заштрихованной части:

а)



$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \square$$

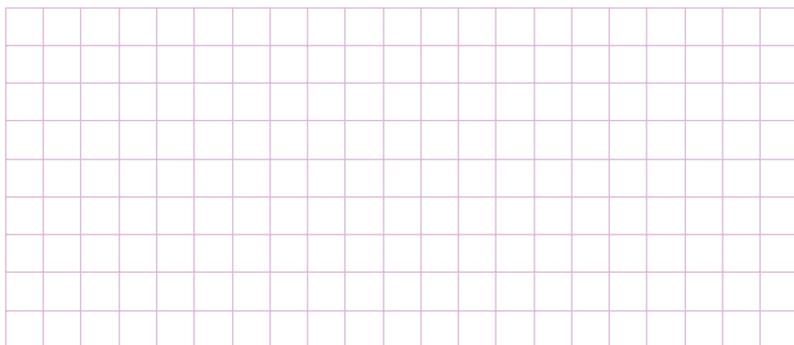
б)



$$S = \frac{3}{4} \cdot 3 = \square$$

2. Какова длина веревки, состоящей из трех кусков каждый длиной  $\frac{3}{4}$  м ?

Сделайте рисунок и вычисления.





**Задание 52.** Выполните умножение целого числа на дробь:

а)	$7 \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$
б)	$5 \cdot \frac{3}{25} =$
в)	$8 \cdot \frac{1}{4} =$
г)	$9 \cdot \frac{2}{3} =$
д)	$\frac{3}{8} \cdot (-16) =$
е)	$-15 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) =$

**Задание 53.** Вычислите:

1. а)	$3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{18}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{18^{\cancel{9}} \cdot 5^{\cancel{1}}}{5^{\cancel{1}} \cdot 4^{\cancel{2}}} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2};$
б)	$2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{3}{7} =$
в)	$5\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} =$
г)	$2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{15} =$
а)	$2\frac{1}{6} \cdot (-12) = -\frac{13}{6} \cdot \frac{12}{1} = -\frac{13 \cdot \cancel{12}^2}{6^{\cancel{1}} \cdot 1} = -\frac{26}{1} = -26;$
б)	$-4 \cdot 1\frac{3}{4} =$
в)	$5 \cdot 2\frac{4}{15} =$
г)	$-1\frac{2}{9} \cdot (-6) =$

Ответы:

-7	4	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{3}$	$11\frac{1}{3}$
6	$7\frac{1}{3}$	$3\frac{3}{4}$	12	-26

Лишними оказались числа \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ .

**Задание 54.** Заполните пропуски:

а)  $\frac{8}{15} = \frac{4}{5} \cdot \square$ ;      г)  $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{9} = \frac{\square}{63}$ ;

б)  $\frac{10}{27} = \square \cdot \frac{2}{3}$ ;      д)  $\frac{5}{\square} \cdot \frac{3}{11} = \frac{15}{88}$ ;

в)  $\frac{10}{21} = \frac{2}{3} \cdot \square$ ;      е)  $\frac{8}{5} \cdot \frac{\square}{12} = \frac{16}{15}$ .

**Задание 55.** Выполните умножение:

а)	$1,6 \cdot \frac{5}{7} = 1\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{7} = \frac{16 \cdot 5}{10 \cdot 7} = \frac{8}{7}$ ;
б)	$1,2 \cdot 5\frac{5}{9} =$
в)	$1\frac{3}{7} \cdot 2,8 =$
г)	$-5,25 \cdot \frac{2}{7} =$
д)	$-3\frac{1}{3} \cdot (-2,1) =$

**Задание 56.** Заполните таблицу:

$a$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$-1\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{10}$
$a^2$						
$a^3$						
$a^4$						

1. В каких строках таблицы все значения буквенных выражений положительны?

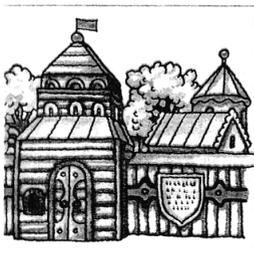

2. Верно ли, что для любого  $a$  выполняется неравенство  $a^2 < a^3$ ?


**Задание 57.** Вычислите:

а)	$\frac{8}{21} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{21}{8} =$																		
б)	$-2 \cdot \frac{13}{14} \cdot 0,5 =$																		
в)	$0,6 \cdot \frac{4}{7} \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right) =$																		
г)	$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot (-1,5) \cdot \frac{6}{5} =$																		

**Задание 58.** Перед вами фрагмент из учебного пособия за 6 класс «Математика. Часть 2» (Э.Г. Гельфман, Е.И. Жилина, Н.Б. Лобаненко и др.).

**Н**ашептала Елена Прекрасная заговор заветный, и появилась на дороге перед Иваном застава. На заставе той щит стоит, на щите вот что написано:



	$\frac{1}{100}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{5}$	3	$3\frac{1}{5}$
0,01	$\frac{1}{10000}$	$\frac{5}{700}$	0,014	$\frac{3}{100}$	$\frac{16}{500}$
$\frac{5}{7}$		$\frac{25}{49}$	1	$\frac{15}{7}$	$\frac{16}{7}$
$\frac{7}{5}$			$\frac{49}{25}$	$\frac{21}{5}$	$\frac{16 \cdot 7}{5 \cdot 5}$
$\frac{1}{3}$				1	$1\frac{1}{15}$
$3\frac{1}{5}$					$\frac{16 \cdot 16}{5 \cdot 5}$

И, как положено, солдаты заставу сторожат.

– Заполни пустые клетки, – говорят, – тогда дальше путь откроется.

Стоит Иван-царевич, думает:

– В чем секрет надписей-то? В умножении, должно...

Сел Иван на бугорок у заставы, хлеба краюшку пожевал, водой ключевой запил, на щит засмотрелся. А как вдосталь насмотрелся, то и говорит:

– Хитрость заставная в том, что составлена надпись с помощью умножения!

В первой строке чего только нет: натуральные числа есть, обыкновенная дробь тоже есть – хочешь правильная, хочешь неправильная, смешанное число – пожалуйста вам, вот оно, в последней клеточке.





3.

а)  $\frac{1}{5} : \frac{1}{25} =$

б)  $\frac{3}{10} : \frac{1}{100} =$

в)  $\frac{1}{15} : \frac{1}{30} =$

г)  $\frac{7}{8} : \frac{7}{16} =$

В чем особенность вычислений в третьем столбце?

Задание 61. Выполните деление:

а)  $4 : \frac{1}{3} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{1} = 12$

б)  $5 : \frac{1}{15} =$

в)  $-12 : \frac{3}{4} =$

г)  $56 : \left(-\frac{7}{8}\right) =$

2.

а)  $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

б)  $\frac{3}{7} : 21 =$

в)  $\frac{2}{9} : (-9) =$

г)  $-\frac{3}{8} : (-24) =$

3.

а)  $7\frac{1}{2} : 11\frac{1}{4} = \frac{15}{2} : \frac{45}{4} = \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{25} = \dots$

б)  $4\frac{2}{3} : 3\frac{8}{9} =$

в)  $-2\frac{13}{25} : 3\frac{3}{5} =$

г)  $-1\frac{11}{5} : \left(-10\frac{2}{5}\right) =$

Ответы:

12	-64	$\frac{1}{64}$	$1\frac{1}{5}$	0,1	$-\frac{2}{81}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{49}$	-0,7	-16	-2	-9	75

Лишними оказались числа \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_.

Задание 62. Заполните пропуски:

$$\frac{2}{3} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \frac{8}{15};$$

$$\frac{-3}{5} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \frac{-2}{3};$$

$$\boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \frac{5}{12};$$

$$\boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = -\frac{7}{24};$$

$$\boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = -\frac{98}{21};$$

$$\boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \frac{8}{15};$$

$$1\frac{3}{5} \cdot \boxed{\phantom{00}} = 3\frac{1}{5};$$

$$\boxed{\phantom{00}} \cdot 2 = \frac{2}{15};$$

$$-\left(-2\frac{3}{5}\right) \cdot \boxed{\phantom{00}} = 8;$$

$$4\frac{5}{6} \cdot \boxed{\phantom{00}} = 4\frac{5}{6};$$

$$\square \cdot (-4) = 1\frac{5}{7};$$

$$2\frac{4}{5} \cdot \square = -14;$$

$$\frac{12}{13} : \square = -2;$$

$$\frac{-15}{\square} : \frac{5}{\square} = -3;$$

$$\frac{14}{\square} : \frac{7}{\square} = 2;$$

$$\frac{-25}{\square} : \square = -5.$$

Задание 63. Поставьте знаки "=", ">", "<":

1)  $300 \cdot \frac{1}{4} \bigcirc 300;$

5)  $12,46 : 1 \bigcirc 12,46;$

2)  $1,375 \cdot 1\frac{1}{2} \bigcirc 1,375;$

6)  $6,42 \cdot 1,003 \bigcirc 6,42;$

3)  $(-750) : \frac{1}{2} \bigcirc (-750);$

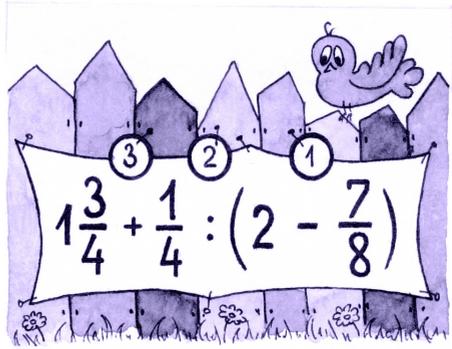
7)  $0,37 \cdot 435,2 \bigcirc 435,2;$

8)  $1,25 : (-0,8) \bigcirc -1,25;$

4)  $-2,35 : 1\frac{1}{2} \bigcirc -2,35;$

9)  $14\frac{1}{2} \cdot 0 \bigcirc 14\frac{1}{2}.$

**Все действия  
с рациональными  
числами**



**Задание 64.** Заполните пропуски в цепочке вычислений:

а)  $\left(\left(\frac{1}{7}\right)^2 - \frac{1}{7}\right) \div \frac{1}{7} \rightarrow \square \cdot 7 \rightarrow \square - 1 \rightarrow \square + \square = -4$

б)  $\left(12 - 11\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right) \rightarrow \square \div \left(-\frac{4}{21}\right) \rightarrow \square + 1\frac{1}{2} \rightarrow \square = -4$

**Задание 65.** Выполните действия:

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{\frac{2}{3}} & \times & \boxed{\frac{3}{4}} & : & \boxed{\frac{1}{4}} & + & \boxed{2\frac{1}{3}} \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \boxed{\phantom{\frac{2}{3}}} & : & \boxed{\phantom{\frac{3}{4}}} & - & \boxed{\phantom{2\frac{1}{3}}} \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \boxed{\phantom{\frac{2}{3}}} & : & \boxed{\phantom{\frac{3}{4}}} & & \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \\ & & \boxed{\frac{2}{5}} & & & & \end{array}$$

**Задание 66.** Расставьте скобки так, чтобы равенство стало верным:

а)	$2\frac{1}{4}$	+	$1\frac{1}{2}$	·	4	:	$\frac{1}{2}$	=	30;
б)	$2\frac{1}{4}$	+	$1\frac{1}{2}$	·	4	:	$\frac{1}{2}$	=	$14\frac{1}{4}$ ;
в)	$2\frac{1}{4}$	+	$1\frac{1}{2}$	·	4	:	$\frac{1}{2}$	=	$16\frac{1}{2}$ .

**Задание 67.** Даны числа  $2\frac{1}{2}$ ; 2;  $\frac{1}{2}$ ; 9;  $6\frac{1}{2}$ ; 5; 4,5; 4; 2,5.

Расставьте их так, чтобы равенства оказались верными.

$$\square - \square = \square$$

+

$$\square \times \square = \square$$

=

$$\square : \square = \square$$

**Задание 68.** Заполните «магический квадрат»:

а)

$\frac{1}{4}$	3	2	$\frac{13}{4}$
		$\frac{11}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{2}$		$\frac{3}{4}$
	$\frac{9}{4}$		

б)

8	$\frac{3}{2}$		$\frac{13}{2}$
	5	$\frac{11}{2}$	4
	3		
2			$\frac{1}{2}$



Задание 71. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{\left(1,04 - \frac{1}{25}\right) \cdot 0,5 - 0,5}{1,2 : \frac{1}{10} - 2} =$$

$$\text{б) } \frac{\left(1,4 - \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right)}{\left(\frac{4}{5} - 1\right) \cdot \left(1\frac{1}{6} : \frac{7}{36}\right)} =$$

Задание 72. Установите связи между числовыми выражениями и их значениями.

$$2\frac{2}{3} : \frac{5}{4} \cdot 6 \qquad -\frac{9}{8}$$

$$-0,125 : 0,25 + \frac{25}{16} : (-2,5) \qquad \frac{13}{15}$$

$$\frac{\left(15 : \frac{5}{18} : 3\frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{1}{16} + \frac{11}{36} + \frac{5}{48} + \frac{5}{18}\right)}{\left(11\frac{5}{11} - 8\frac{21}{22}\right) : 1\frac{2}{3}} \qquad 8$$

$$-1,25 : \frac{1}{5} + 2\frac{3}{4} \cdot (-5) \qquad 12\frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{13}{15} + \frac{4}{7} \cdot \frac{13}{15} \qquad -20$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{29}{5} - \frac{14}{5} \cdot \frac{4}{7} \qquad \frac{8}{7}$$

## Проверьте себя

Выберите верный вариант ответа и отметьте его .

1. Найдите значение выражения:

$$\left(1 - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{20}$$

2. Вычислите:  $\left(6 - \frac{2}{7}\right) : \left(3\frac{1}{5} + \frac{3}{10}\right) : 1\frac{1}{7}$

$$\frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{2}$$

$$\frac{10}{7}$$

3. Сравните значения выражений:

$$-\frac{5}{12} : \frac{3}{8} \quad \text{и} \quad \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$$

>

<

=

4. Найдите значение выражения:

$$-5a + 2b \quad \text{при} \quad a = -\frac{3}{5}; \quad b = \frac{1}{4}.$$

$$-2,5$$

$$3,5$$

$$5$$

5. Вставьте пропущенное число:

$$-3,7 \cdot (-\square) = -1$$

$$-\frac{10}{37}$$

$$\frac{10}{37}$$

$$\frac{37}{10}$$

6. При каком значении  $b$   $-\frac{7}{8} + b$  равно  $-2\frac{3}{4}$ ?

$$-3\frac{5}{8}$$

$$-2\frac{1}{4}$$

$$-1\frac{7}{8}$$

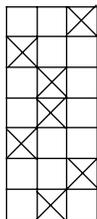
7. Вставьте вместо пропусков число, чтобы неравенство стало верным:

$$\frac{5}{6} < \square < \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7}$$

$$\frac{71}{84}$$

$$\frac{37}{42}$$







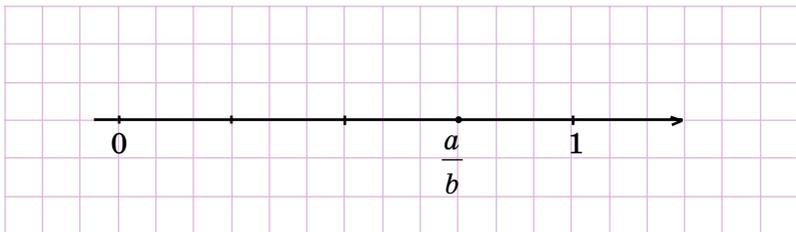
Задание 75. 1. Вычислите устно:

$1 - \frac{1}{2} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 + \frac{1}{2} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 \cdot \frac{1}{2} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 : \frac{1}{2} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>
$1 - \frac{1}{3} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 + \frac{1}{3} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 \cdot \frac{1}{3} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 : \frac{1}{3} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>
$1 - \frac{1}{9} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 + \frac{1}{9} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 \cdot \frac{1}{9} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 : \frac{1}{9} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>
$1 - \frac{3}{43} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 + \frac{3}{43} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 \cdot \frac{3}{43} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 : \frac{3}{43} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>
$1 - \frac{a}{b} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 + \frac{a}{b} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 \cdot \frac{a}{b} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>	;	$1 : \frac{a}{b} =$	<input style="width: 20px; height: 20px;" type="text"/>

( $a$  и  $b$  — натуральные числа).

2. Отметьте на числовой прямой результаты действий:

а)  $1 - \frac{a}{b}$ ;   б)  $1 + \frac{a}{b}$ ;   в)  $1 \cdot \frac{a}{b}$ ;   г)  $1 : \frac{a}{b}$ .



*Задание 76.*

1. Заполните пропуски, сравнивая значения числовых выражений

$$42 \cdot \frac{2}{3} \bigcirc 42; \quad 42 \cdot \frac{3}{2} \bigcirc 42;$$

$$42 \cdot \frac{\square}{4} > 42; \quad 42 \cdot \frac{\square}{4} < 42;$$

$$42 \cdot \frac{57}{\square} < 42; \quad 42 \cdot \frac{57}{\square} > 42; \quad 42 \cdot \frac{57}{\square} = 42.$$

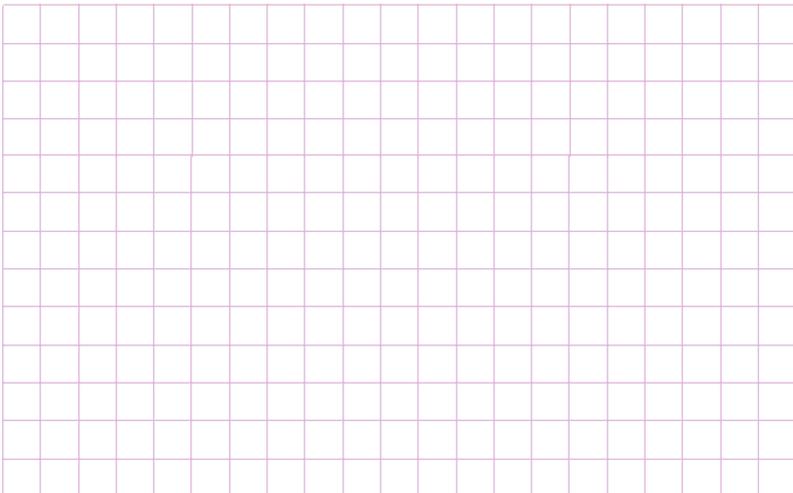
2. Заполните пропуски. Для любых положительных чисел  $a$  и  $k$

$$a \cdot k > a, \text{ если } k \underline{\hspace{8em}};$$

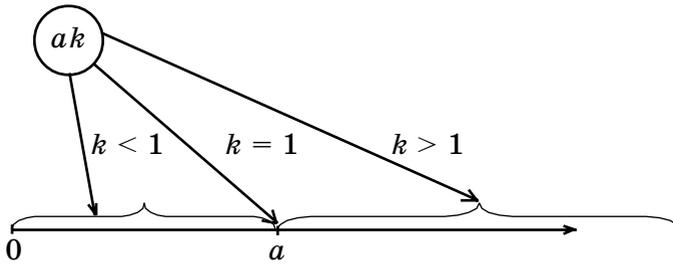
$$a \cdot k < a, \text{ если } k \underline{\hspace{8em}};$$

$$a \cdot k = a, \text{ если } k \underline{\hspace{8em}}.$$

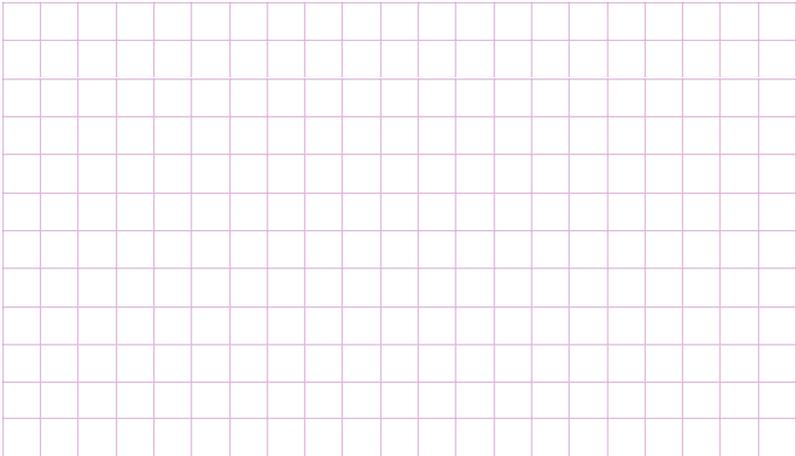
3. Составьте аналогичные примеры, когда  $a$  – дробное число.



4. Иллюстрирует ли данная схема умножение положительных рациональных чисел?



Сделайте свои иллюстрации.



**Задание 77.**

1. Сравните произведение с 1:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \dots \cdot \frac{1}{9} \bigcirc 1;$$

$$\frac{11}{12} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{11}{14} \cdot \dots \cdot \frac{11}{19} \bigcirc 1;$$

$$\frac{12}{11} \cdot \frac{13}{11} \cdot \frac{14}{11} \cdot \dots \cdot \frac{19}{11} \bigcirc 1.$$



**Задание 78.**

1. Заполните пропуски:

$$\frac{7-9}{9-7} = \square;$$

$$-\frac{\frac{4}{7}-0,5}{0,5-\frac{4}{7}} = \square;$$

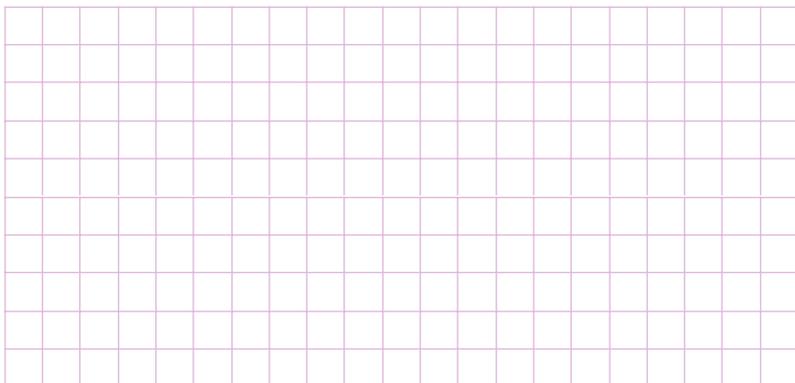
$$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} = \square;$$

$$\frac{a-b}{b-a} = \square (a+b);$$

$$\frac{10-3}{3-\square} = -1;$$

$$-\frac{\square}{x-y} = 1.$$

2. Сформулируйте выводы:



**Задание 79.**

1. Заполните пропуски:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square};$$

$$\frac{3}{8} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square};$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}.$$



*Задание 80.*

1. Заполните пропуски и сформулируйте обнаруженную закономерность:

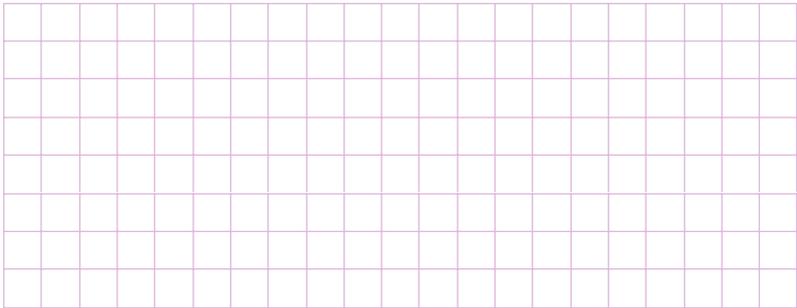
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \boxed{\phantom{00}} ;$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \boxed{\phantom{00}} ;$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \boxed{\phantom{00}} ;$$

.....

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \boxed{\phantom{00}} .$$



2. Найдите устно значения сумм:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \boxed{\phantom{00}} ;$$

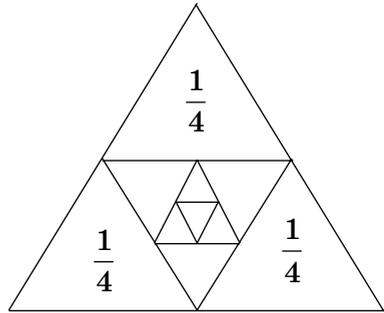
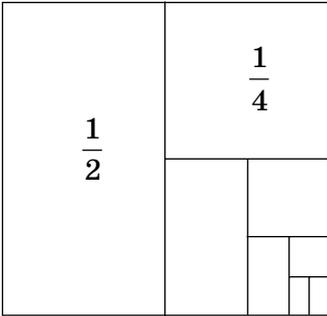
$$\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} = \boxed{\phantom{00}} .$$



2. Составьте подобные равенства.



Задание 82. 1. Подпишите все части фигур:



2. Используя рисунки, заполните пропуски в равенствах и составьте свои равенства:

a)	$1 = \frac{3}{4} + \frac{3}{16} + \dots ;$
б)	$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots ;$
в)	
г)	

3. Составьте похожее задание.

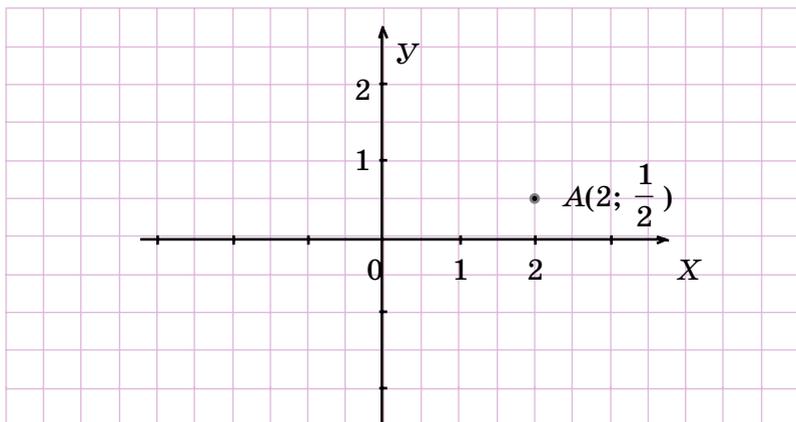


*Задание 83.*

1. Отметьте на координатном луче «места обитания»:  
а) правильных дробей; б) неправильных дробей.

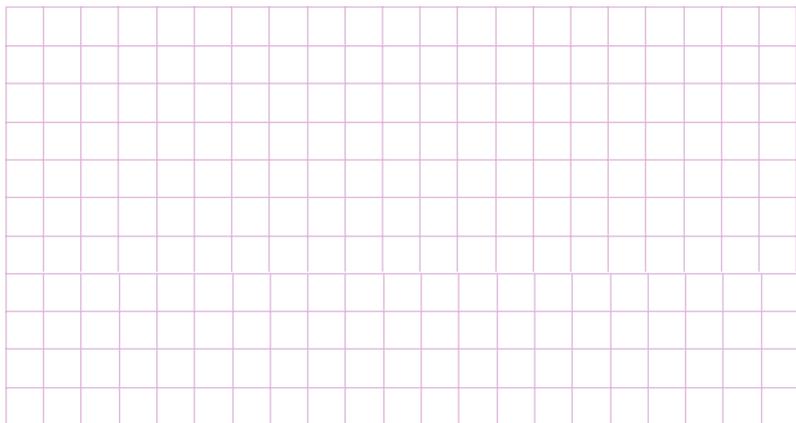


2. На координатной плоскости отметьте точки, координаты которых – взаимно обратные числа.



Образуют ли эти точки сплошную линию?

Для всякого ли числа существует обратное ему число?



3. Отметьте на полученном рисунке (сделайте очевидным) характеристическое свойство взаимно обратных чисел  $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ .

**Задание 84.** «Что мы знаем о дробях» — так называется параграф из учебника «Математика. 6 класс» (Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др.). Заполните первые две колонки таблицы ЗХУ.

Знаю	Хочу знать	Узнал

А после чтения текста продолжите заполнение таблицы.

С самых древних времен, наряду с необходимостью считать предметы, у людей появилась потребность в измерении длин, площадей, углов и других величин. Используемые единицы измерения часто не укладывались в измеряемой величине целое число раз. Для получения более точных результатов меры стали делить на части, что привело к появлению дробей.

В Древнем Вавилоне за 2000 лет до н.э. при измерениях величин применяли шестидесятые доли. Вавилоняне изобрели систему измерения углов, которая используется и поныне. Ученые в Древнем Вавилоне понимали, что при

измерении углов в астрономии, религии, мореплавании нельзя ограничиваться лишь целым числом градусов, так как при этом расчеты оказываются очень неточными. Поэтому они стали использовать более мелкие единицы. Градус разделили на 60 равных частей – минуты: в градусе 60 минут, так что 1 минута – это  $\frac{1}{60}$  часть градуса. Для большей точности минуту разделили еще на 60 частей и получили секунды: в минуте 60 секунд, так что 1 секунда – это  $\frac{1}{60}$  часть минуты.

Вообще, первыми в практике людей появились самые простые дроби, составляющие одну долю целого  $\left( \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \text{ и т.д.} \right)$ . И вначале люди для вычислений употребляли толь-

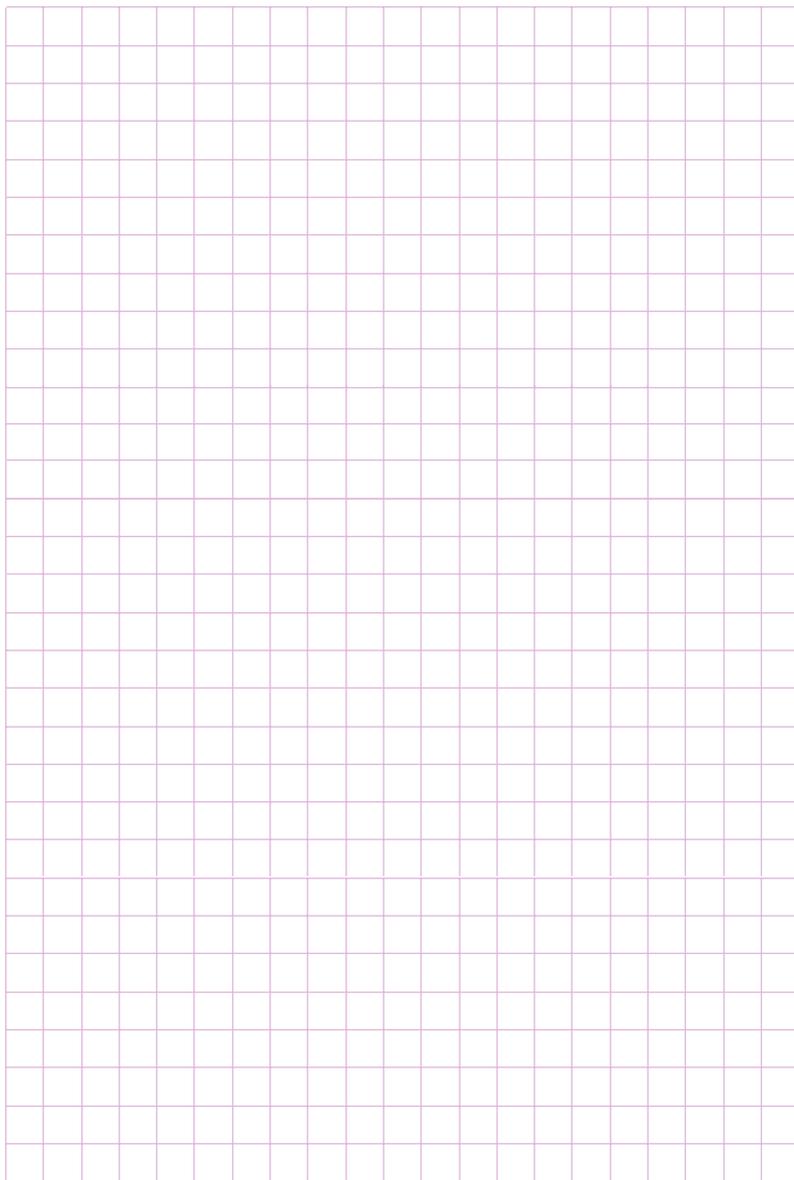
ко такие дроби. Лишь значительно позже греки, а затем индусы стали использовать в вычислениях и другие дроби.

Запись дробей с помощью числителя и знаменателя появилась в Древней Греции, только греки знаменатель записывали сверху, а числитель – снизу. В привычном для нас виде дроби впервые стали записываться в Древней Индии около 1500 лет назад, но при этом индусы обходились без черты между числителем и знаменателем. Общеупотребительной черта дроби стала только с XVI в.

Интересно, что в языках разных народов слова для обозначения понятия «дробь» происходят от таких глаголов, как «раздроблять», «разбивать», «ломать». А в первых русских учебниках математики дроби так и назывались – «ломаные числа».

В древности и в Средние века учение о дробях считалось хотя и самым трудным, но и самым важным разделом арифметики. Римский оратор Цицерон, живший в I в. до н.э., сказал: «Без знания дробей никто не может признаться знающим арифметику!»

Составьте синквейн «Дроби».

A large grid of 20 columns and 30 rows, intended for writing a cinquain about fractions. The grid is composed of small squares, providing a structured space for the student's response.

## Сравнение рациональных чисел

*Задание 85.*

1. Выберите пары чисел, из которых можно составить несократимые дроби: 2; 3; 14; 111.

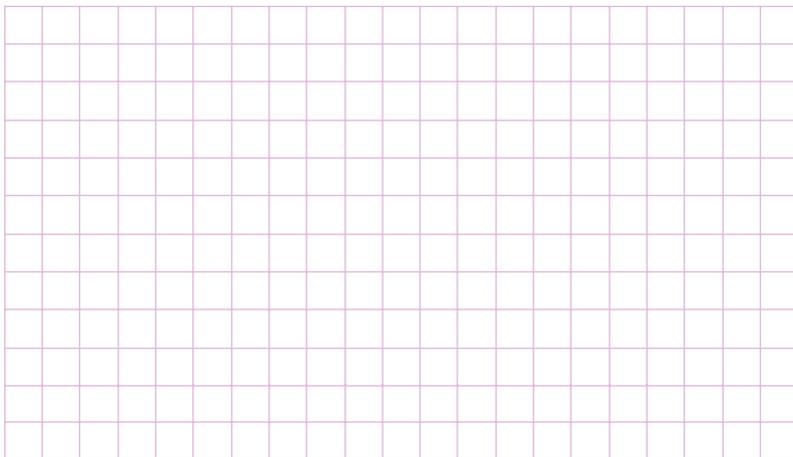

2. Сколько несократимых дробей можно составить из этих пар? Запишите их в порядке возрастания.


*Задание 86.*

1. Разбейте числа на две группы по какому-либо признаку:  $-\frac{39}{3}$ ;  $\frac{41}{47}$ ;  $\frac{82}{41}$ ;  $\frac{2}{199}$ ;  $-\frac{16}{64}$ ;  $\frac{110}{5}$ ;  $-\frac{3}{16}$ .


2. Сколько вариантов разбиения удалось получить?


3. Составьте аналогичное задание.



Задание 87.

1. Верны ли равенства:

$$\frac{4}{7} = \frac{44}{77} = \frac{444}{777} = \dots;$$

$$\frac{23}{47} = \frac{2323}{4747} = \frac{232323}{474747} = \dots ?$$

2. Продолжите верные равенства.



3. Составьте подобные равенства.









3. Сформулируйте выводы о том, при каких целых значениях  $a$  и  $b$  будет верным:

$$\frac{a}{b} < \frac{b}{a}; \quad \frac{a}{b} = \frac{b}{a}; \quad \frac{a}{b} > \frac{b}{a}.$$



*Задание 92.*

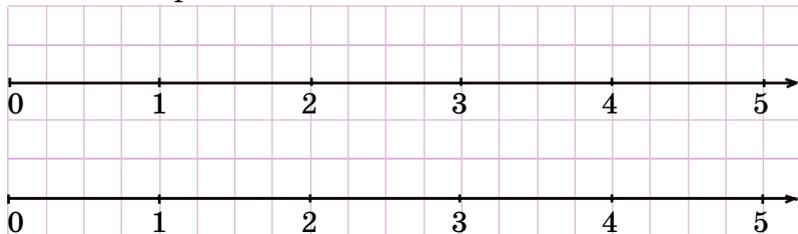
1. Продолжите ряды чисел:

$\frac{1}{5}$ ;	$\frac{2}{5}$ ;	$\frac{3}{5}$ ;	$\frac{4}{5}$ ;	$\frac{5}{5}$ ;	$\frac{6}{5}$ ;	$\dots$
$\frac{5}{1}$ ;	$\frac{5}{2}$ ;	$\frac{5}{3}$ ;	$\frac{5}{4}$ ;	$\frac{5}{5}$ ;	$\frac{5}{6}$ ;	$\dots$

Что общего и чем отличаются числа первого и второго ряда?



2. Рассмотрите «поведение» чисел каждого ряда на числовой прямой.



Есть ли в каждом ряду наибольшее число? наименьшее число? Как изменяется расстояние между соседними числами ряда? Верно ли, что числа второго ряда стремятся к нулю?


3. Составьте аналогичные ряды.


*Задание 93.*

1. Если  $\frac{-4}{5}$ ;  $-\frac{4}{5}$ ;  $\frac{4}{5}$ ;  $\frac{5}{4}$ ;  $-\frac{5}{4}$ ;  $\frac{-5}{-4}$ ;  $\frac{4}{-5}$ ;  $\frac{-4}{-5}$ ;  $-\frac{-5}{4}$ ;

$\left| \frac{-5}{4} \right|$ ;  $-\left| \frac{-4}{5} \right|$ ;  $\left| -\left| \frac{5}{-4} \right| \right|$  — это координаты точек, то

то сколько различных точек они задают?




*Задание 95.* Роза Петер, венгерский математик, написала замечательную книгу «Игра с бесконечностью», в которой хотела рассказать просто о сложном в математике. Перед вами фрагмент из главы «Безграничная плоскость».

Рассмотрим еще один пример: кто-то решает задачи по математике; самую легкую решает за  $\frac{1}{3}$  ч (20 мин), над самой трудной ломает голову  $\frac{1}{2}$  ч (30 мин). Сколько времени трудится он в среднем над одной задачей?

Над решением самой легкой и самой трудной задачи он работает  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$  ч; если бы они были одинаковыми по трудности, то на каждую из них потребовалось бы время, равное половине вышеуказанной суммы. Вероятно, это будет время, затраченное на решение задачи средней трудности. Вычислим это время:

на оси шестых долей находим число, которое соответствует  $\frac{1}{3}$ , и число, соответствующее  $\frac{1}{2}$ :

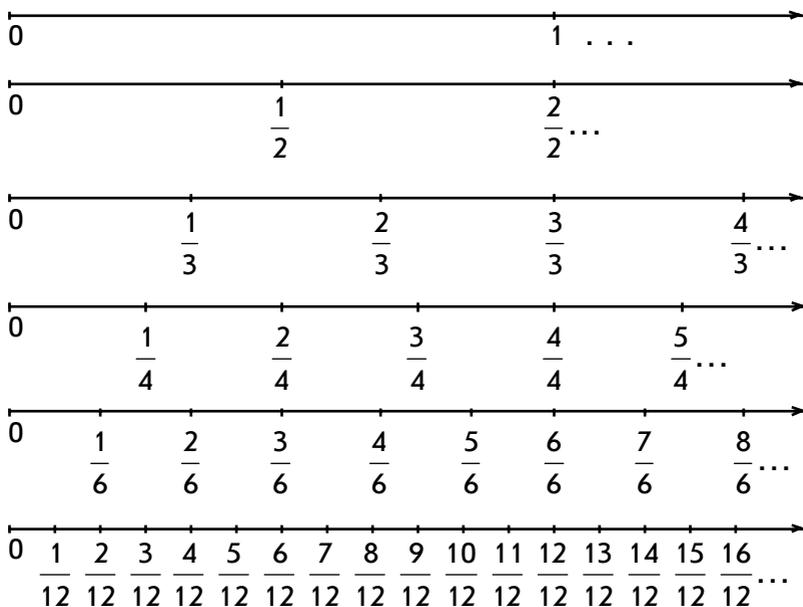
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{и} \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

следовательно, сумма чисел  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{2}$  равна

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6},$$

а половина этой суммы (прошу проверить по осям) равна

$\frac{5}{12}$  — на оси двенадцатых долей.

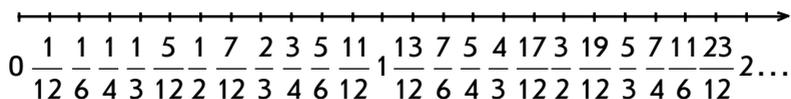


Таким образом, решение одной задачи длится в среднем  $\frac{5}{12}$  ч (25 мин); это, конечно, больше, чем время, необходимое для решения самой легкой задачи, и меньше, чем время, необходимое для решения самой трудной задачи.

Среднее любых двух чисел может быть вычислено, если взять половину их суммы. При этом всегда полученный результат будет числом, значение которого находится между двумя данными значениями; поэтому математики его и называют средним арифметическим.

Если мы поразмыслим немного над этим примером, внешне невинным, то увидим, что он открывает перед нами изумительные перспективы. Наложим сначала все наши вышеуказанные оси на одну прямую. Теперь мы можем обозначить все наши дроби на одной числовой прямой. До сих пор мы для каждой дробной единицы имели свою ось, что для начала было более наглядно. На общей же оси дроби с равным значением располагаются в одной и той

же точке (на оси, начерченной ниже, в каждой точке записывается дробь в том виде, в каком она возникла в первый раз):



Эта ось довольно плотная, несмотря на то что мы совместим на ней лишь несколько осей, взятых наугад; здесь не фигурируют пятые, седьмые, тринадцатые, сотые доли и неисчислимо множество других. Если представим себе все эти дроби записанными на нашей оси, то соответствующие им точки будут расположены невообразимо тесно. Попробуем все же разобраться в их множестве.

Во-первых, мы видим, что среди них находятся и целые числа; их можно понимать, как дроби со знаменателем 1.

Например, дробь  $\frac{1}{3}$  означает 3 разделить на 1, а это равно 3. Целые числа и дроби именуется общим термином: «рациональные числа»\*. Это название наводит нас на мысль, что мы встретим еще и другой вид чисел.

Поставим вопрос, какая дробь, не считая 0 (он может быть понят как  $\frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \frac{0}{4}$  и т.д.), будет наименьшей? Очевидно, что такой дробью не является  $\frac{1}{12}$ , потому что  $\frac{1}{13}$

меньше ее; если число частей пирожного увеличивается на 1, то каждая часть становится меньше. То же верно для

всех дробей:  $\frac{1}{101}$  меньше, чем  $\frac{1}{100}, \frac{1}{1001}$  меньше, чем  $\frac{1}{1000}$ .

(Следовательно, среди рациональных чисел не существует не только наибольшего числа (его нет уже и среди целых чисел), но также нет и числа, меньшего всех чисел.

---

\* Автор называет рациональными числами в данном случае лишь неотрицательные рациональные числа. – Прим. перевод.

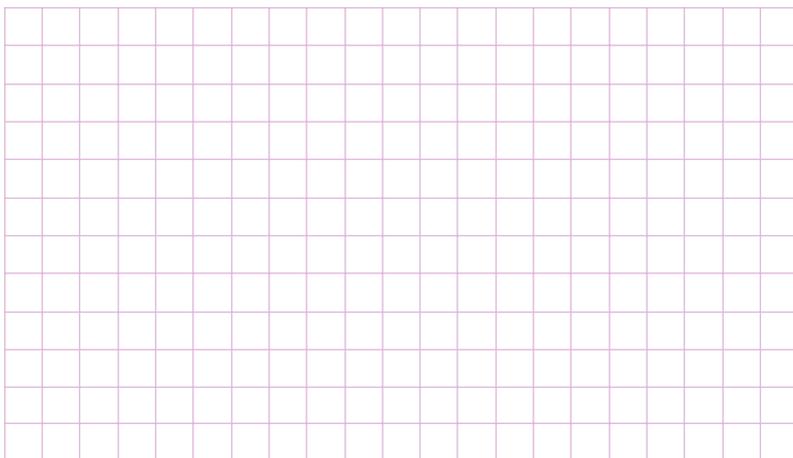
Таким образом, пересчитывание рациональных чисел нельзя начать с наименьшего числа. Начнем тогда от произвольно выбранной малой дроби: пусть это  $\frac{1}{12}$ ; попытаемся пересчитать хотя бы отсюда рациональные числа. Какая дробь следует за  $\frac{1}{12}$ ? Это не может быть  $\frac{1}{6}$ , которая следует на нашей оси, так как известно, что среднее арифметическое дробей  $\frac{1}{12}$  и  $\frac{1}{6}$  находится между ними и, следовательно, это среднее будет лежать ближе к  $\frac{1}{12}$ , чем  $\frac{1}{6}$ . Как бы мы ни выбрали число, расположенное правее дроби  $\frac{1}{12}$ , можно получить среднее арифметическое  $\frac{1}{12}$ , и этого числа, и это среднее опять будет ближе к  $\frac{1}{12}$ , чем данное число. Это значит, что за дробью  $\frac{1}{12}$  не может следовать непосредственно другое число. Итак, отправляясь даже от определенного рационального числа, мы не можем пересчитать все рациональные числа, большие этого числа. И вообще два рациональных числа, как бы близки они ни были на оси рациональных чисел, не являются непосредственно соседними, потому что между ними всегда находится другое рациональное число. Этот факт выражается в математических терминах так: множество рациональных чисел «всюду плотно». Мы встречаемся с новым аспектом бесконечности; после бесконечного возрастания ряда натуральных чисел или простых чисел мы имеем теперь неограниченную плотность.

1. После прочтения проведите трехступенчатое интервью:

- объединитесь с тремя партнерами  $A$ ,  $B$ ,  $V$ ;
- $A$  задаст вопрос  $B$ , а  $B$  в это время записывает главное в ответах;



2. Составьте аналогичное задание:

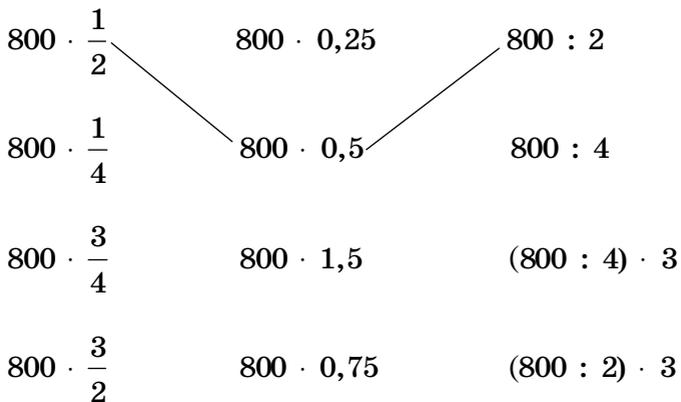


3. Продолжите утверждение:

«Всякое рациональное число может быть представлено как \_\_\_\_\_».

*Задание 97.*

1. Соедините равные по значению выражения







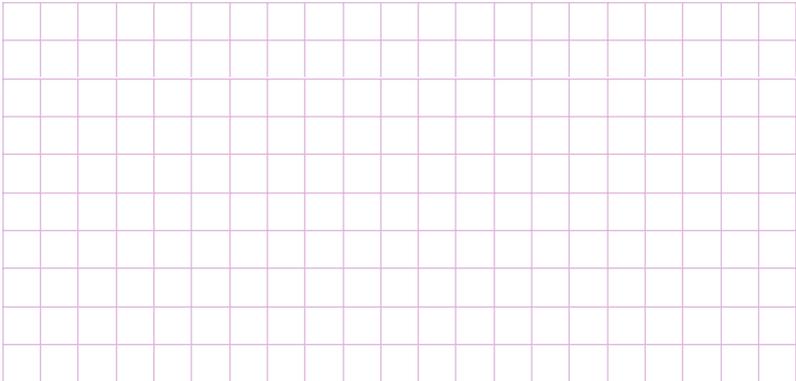
$$\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(-\frac{10}{11}\right) \text{ ○ } 1;$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(-\frac{10}{11}\right) \text{ ○ } \frac{1}{10};$$

$$\left(-\frac{227}{701}\right) \cdot \left(-\frac{807}{227}\right) \text{ ○ } 0; \quad \left(-\frac{227}{701}\right) \cdot \left(-\frac{807}{227}\right) \text{ ○ } 1;$$

$$-\frac{343}{597} \cdot \left(1\frac{77}{99} - 1\frac{88}{99}\right) \text{ ○ } 0; \quad -\frac{343}{597} \cdot \left(1\frac{771}{999} - 1\frac{881}{999}\right) \text{ ○ } 1.$$

2. Составьте аналогичное задание.



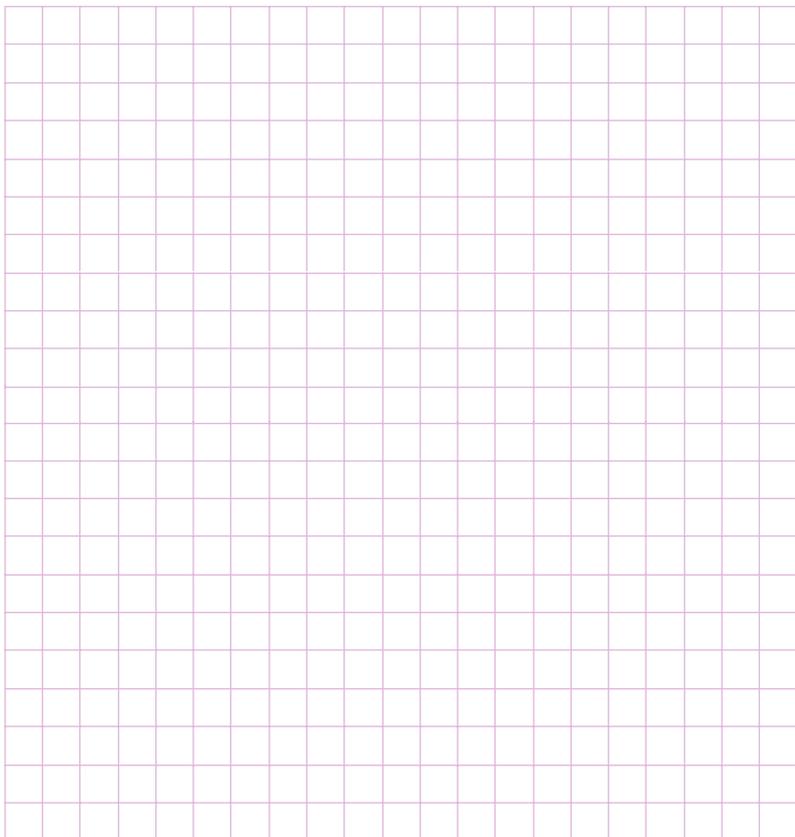
**Задание 100.** «Многоэтажные дроби».

1. Продолжите вычисление:

$$\text{а) } \frac{5 + 1\frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \left(5 + 1\frac{3}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) =$$

$$\text{б) } \frac{13 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}}{\frac{3}{7} \cdot \frac{6}{11}} = \left(13 - \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{11}{6}\right) =$$





*Задание 101.*

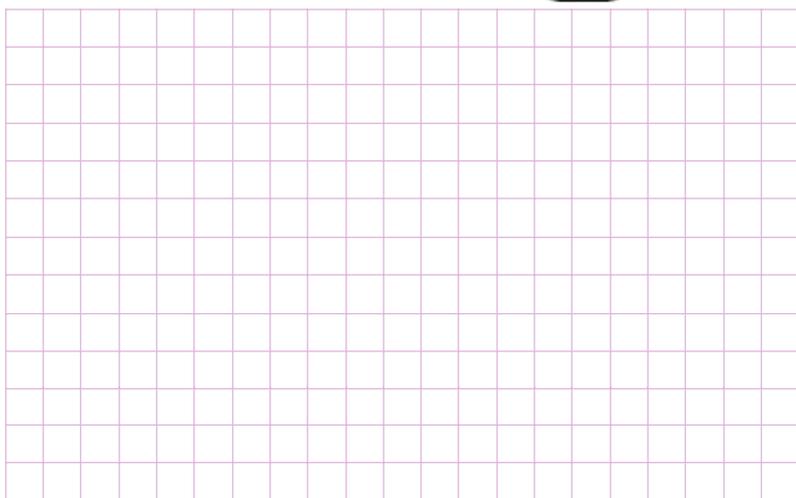
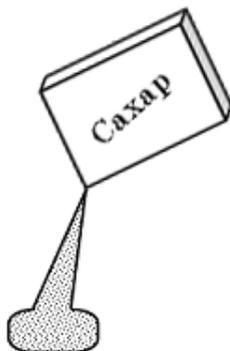
1. Продолжите составление цепных дробей и найдите их значения.

$\frac{1}{2}$	$=$	$\frac{1}{2}$
$1 + \frac{1}{2}$	$=$	$\frac{2}{3}$





**Задание 103.** За первую минуту из мешка высыпалась половина сахара, за вторую минуту – треть оставшегося сахара, за третью минуту – четверть оставшегося сахара и так далее. Останется ли сахар в мешке через 10 минут? Если да, то сколько?



**Задание 104.** Заполните пропуски:

$\frac{1}{2}$  часа –  мин;

часа – 90 мин;

$\frac{1}{3}$  часа –  мин;

часа – 75 мин;

$\frac{1}{5}$  часа –  мин;

часов – половина суток;

четверть часа –  мин;  часов –  $\frac{3}{4}$  суток;

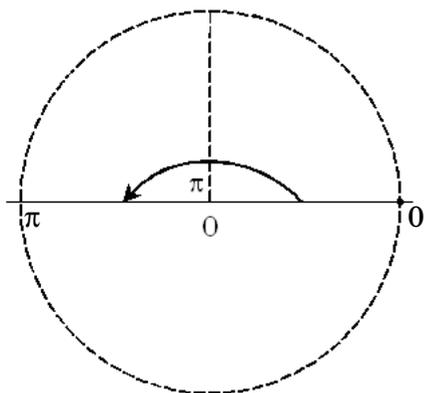






**Задание 106.**

1. Развернутый угол составляет  $180^\circ$ . Величину этого угла обозначают еще буквой  $\pi$  (пи):  $\pi = 180^\circ$ .



Заполните пропуски и отметьте на чертеже:

$$\frac{\pi}{2} = \square^\circ;$$

$$\frac{\pi}{3} = \square^\circ;$$

$$\frac{\square}{\square} = 30^\circ;$$

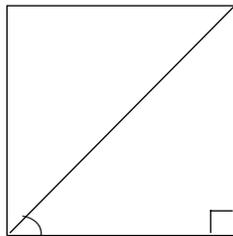
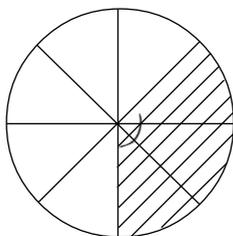
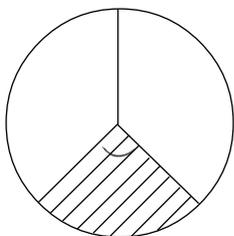
$$\frac{\square}{\square} = 45^\circ;$$

$$\frac{\pi}{5} = \square^\circ;$$

$$\frac{\pi}{10} = \square^\circ;$$

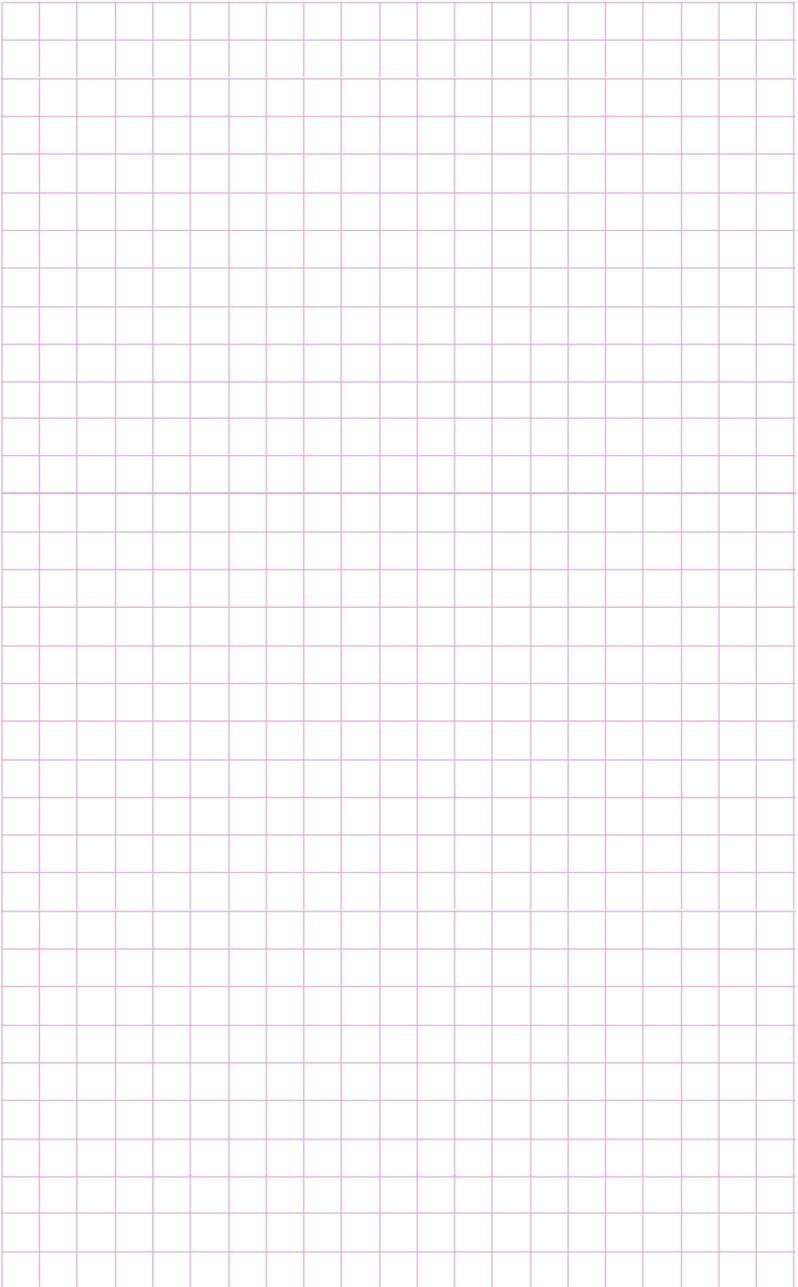
$$\frac{2\pi}{3} = \square^\circ.$$

2. Выразите величину выделенных углов в градусах и с помощью  $\pi$ .













16. Какое число нужно разделить на 30, чтобы получилось  $-\frac{2}{3}$ ?


17. По карте с масштабом 1:500 000 расстояние от поселка до реки составляет 3 см. Каково реальное расстояние?


18. Число  $a$  составляет 1000% от числа  $b$ . Какое число больше и во сколько раз?


19. Выберите большее:  $1000000 + \frac{8}{9}$ ;  $1000000 - \frac{8}{9}$ ;  
 $1000000 \cdot \frac{8}{9}$ ;  $1000000 : \frac{8}{9}$ .


20. Поделите 1000 рублей в отношении 1 : 3 : 4.


21. Сколько минут в пяти сотых часа?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

22. Сколько двадцатых содержится в  $\frac{3}{5}$ ?




### Раздел III

## ИССЛЕДУЙТЕ, РЕШАЙТЕ, СОЗДАВАЙТЕ

В этом разделе предлагаются задания, которые вы выбираете по своему желанию и в соответствии с вашими интересами. Задания можно выполнять индивидуально или с тем, кто готов сотрудничать с вами.



### ТВОРЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

**Задание 1.** Придумайте игру, которая потребовала бы от ее участников знания о рациональных числах и умения выполнять действия над ними.

**Задание 2.** Разработайте наглядные модели, которые помогали бы изучать рациональные числа и действия над ними.

**Задание 3.** Составьте по теме «Рациональные числа» сборник заданий, которые были бы полезны ученикам вашего класса.

**Задание 4.** Составьте рекламу (антирекламу) понятия «процент».

**Задание 5.** Придумайте способ, который позволил бы каждому ученику проверить свои знания накануне контрольной работы по теме «Все действия над рациональными числами».

Какую помощь вы бы предложили тому, кто хотел бы улучшить свои результаты?

**Задание 6.** Подготовьте творческую работу на конкурс «Как мы чувствуем числа».

**Задание 7.** Подготовьте электронную презентацию по теме «Проценты».

*Указание.* В эту презентацию включите такие вопросы: определение понятия процента, из истории появления этого понятия, с какими понятиями связаны проценты, типы задач на проценты, задачи на проценты в профессиях родителей учеников вашего класса, проценты в специальностях, которые интересны вам и ученикам вашего класса.



## ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАНИЯ

### *Исследование 1*

#### ***Вычисление значения числового выражения***

**Задание 1.** Найдите значение числового выражения:

а)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}$ ;

б)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4}$ ;

в)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5}$ .

Начнем с вычисления суммы а).

*Первый способ:*  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ .

*Второй способ.* Предлагаем исследовать слагаемые,  $\frac{1}{1 \cdot 2}$ ,  $\frac{1}{2 \cdot 3}$ , которые входят в исходное числовое выражение, и определить то общее, что у них имеется, и чем они отличаются друг от друга.

Совпали ли ваши результаты исследований этих числовых выражений со следующими?

Общие свойства:

1. Числители выражений равны 1.
2. В знаменателях выражений стоят произведения двух натуральных чисел.
3. В каждом знаменателе множители представляют собой последовательные натуральные числа.

Отличительное свойство: знаменатели дробей разные.

Можно выделить и другие свойства выражений

$\frac{1}{1 \cdot 2}$ ,  $\frac{1}{2 \cdot 3}$ . Приведем еще одно общее свойство:

*числитель каждой дроби равен разности между вторым множителем знаменателя и первым множителем знаменателя.*

Естественен вопрос: Как использовать то общее, что было выделено?

Искомое числовое выражение можно записать в виде:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{2-1}{1 \cdot 2} + \frac{3-2}{2 \cdot 3}$$

и получить следующее решение:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} &= \frac{2-1}{1 \cdot 2} + \frac{3-2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{1 \cdot 2} - \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{3}{2 \cdot 3} - \frac{2}{2 \cdot 3} = \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Заполните пропуски.

*Первый способ:*

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \\ & = \frac{\quad}{12} + \frac{\quad}{12} + \frac{1}{12} = \\ & = \frac{\quad}{12} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \\ & = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} = \\ & = \frac{\quad}{60} + \frac{10}{60} + \frac{5}{60} + \frac{\quad}{60} = \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

*Второй способ:*

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \\ & = \frac{2-1}{1 \cdot 2} + \frac{-2}{2 \cdot 3} + \frac{4-}{3 \cdot 4} = \\ & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \quad - = \\ & = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \\ & = \frac{2-1}{1 \cdot 2} + \frac{-2}{2 \cdot 3} + \frac{4-}{3 \cdot 4} + \\ & + \frac{\quad}{\quad} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \\ & + \frac{1}{4} - \frac{\quad}{\quad} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

**Задание 2.** Вычислите значение выражения

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}.$$

Заполните пропуски:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} = \\ & = \frac{-1}{1 \cdot 2} + \frac{3-2}{\quad} + \frac{-3}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{10-9}{9 \cdot 10} = \\ & = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{\quad}{10}. \end{aligned}$$

**Задание 3.** Вычислите значение выражения:

а)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ ;

б)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{200 \cdot 201}$ .

Практически в любом исследовании, выполнив последовательность заданий, имеет смысл изучить полученные результаты.

Давайте выпишем результаты, которые мы получили:

значение выражения  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}$  равно  $\frac{2}{3}$ ;

значение выражения  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4}$  равно  $\frac{3}{4}$ ;

значение выражения  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5}$  равно  $\frac{4}{5}$ ;

значение выражения  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}$  равно  $\frac{9}{10}$ .

**Задание 4.** Сформулируйте правило нахождения значения выражения

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)}$$

и сравните его с таким правилом:

Для вычисления значения выражения вида

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)}$$

нужно:

**1. Определить меньший множитель знаменателя последней дроби.**

**2. Определить больший множитель знаменателя последней дроби.**

**3. Первое число разделить на второе.**

**4. Выполнить, если возможно, сокращение дробей.**

**5. Результат сокращения и будет значением исходного числового выражения.**

**Задание 5.** Изучите выражение

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6}$$

и вычислите его значение, заполнив пропуски:

1. Меньший множитель знаменателя последней дроби равен \_\_\_\_\_.

2. Большой множитель знаменателя последней дроби равен \_\_\_\_\_.

3. В результате деления первого \_\_\_\_\_ на второй \_\_\_\_\_ получаем дробь \_\_\_\_\_.

4. Дробь \_\_\_\_\_ сократить \_\_\_\_\_.

5. Значение исходного числового выражения равно \_\_\_\_\_.

**Задание 6.** Вычислите значение выражения

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000},$$

предварительно высказав прогноз о его значении.

**Задание 7.** Изучите слагаемые, входящие в числовое выражение

$$\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5}$$

и приведите два различных способа вычисления значения этого выражения.

**Задание 8.** Сравните выражения

$$\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} \quad \text{и} \quad \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5}.$$

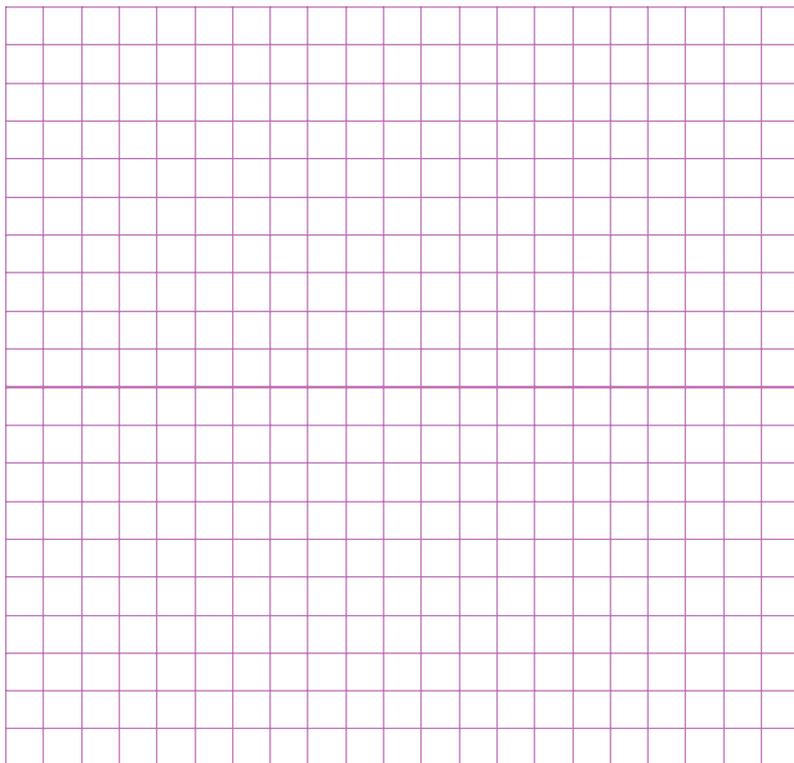
Что общего у этих выражений и чем они различаются? Как, зная значение первого выражения, найти значение второго выражения?

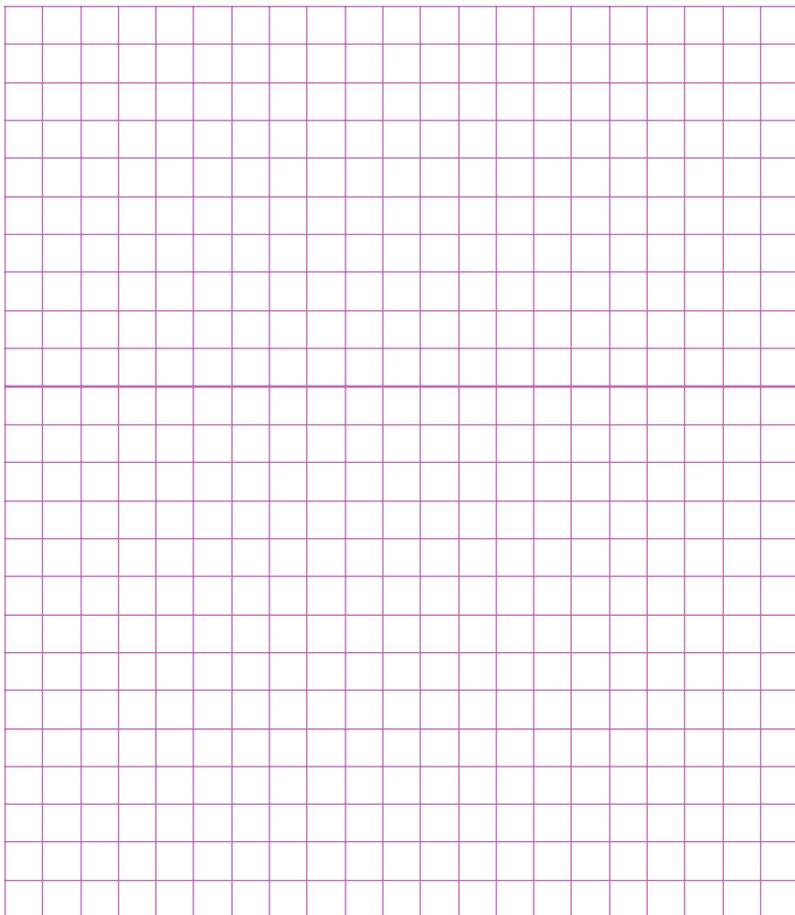
**Задания 9.** Вычислите значение выражения:

а)  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7}$ ;

б)  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9}$ .

Составьте самостоятельно задания на вычисление «больших» выражений, которые вычисляются «красиво».





**Задание 10.** Вычислите значение выражения

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}.$$

**Задание 11.** Вычислите значение выражения

$$666666 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \right)$$

## Исследование 2

### Представление данного натурального числа в виде суммы последовательных натуральных чисел

Число 3 можно представить в виде суммы двух последовательных натуральных чисел:  $3 = 1 + 2$ .

Возникает вопрос: Всякое ли натуральное число можно представить в виде суммы двух последовательных натуральных чисел? А если нет, то какие числа представить можно?

Изучите доказательство того, что число 4 нельзя представить в виде суммы двух последовательных натуральных чисел.

*Доказательство:*

$1 + 2$  – меньше 4;  $1 + 2 + 3$  – больше 4, поэтому начинать с 1 не можем.

Если начнем с 2, то  $2 + 3$  больше 4.

Начинать с 3 и других натуральных чисел не имеет смысла: получим суммы, которые больше 4.

Следовательно, число 4 нельзя представить в виде суммы последовательных натуральных чисел.

**Задание 1.** Число 5 можно представить в виде суммы последовательных натуральных чисел следующим образом:  $5 = 2 + 3$ .

Можно ли числа 7, 11 и 13 представить в виде суммы последовательных натуральных чисел? Если да, то заполните пропуски:

$$7 = \square + \square,$$

$$11 = \square + \square,$$

$$13 = \square + \square.$$

Каким общим свойством обладают числа 7, 11, 13?

Числа 7, 11 и 13 являются \_\_\_\_\_ числами.

Какое предположение можно высказать?



**Задание 4.** Учитель предложил школьникам доказать утверждение:

*если натуральное число делится на 3, то его можно представить в виде суммы трех последовательных натуральных чисел.*

Приведем доказательство двух учеников.

*Первое доказательство.* Если число делится на 3, то его можно представить в виде:  $3 \cdot n$ . Предположим, что верно равенство:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 3 \cdot n.$$

Отсюда

$$(x + x + x) + (1 + 2) = 3 \cdot n;$$

$$3 \cdot x + 3 = 3 \cdot n;$$

$$3 \cdot x = 3 \cdot n - 3;$$

$$3x = 3(n - 1);$$

$$x = n - 1.$$

Таким образом, мы убедились, что если можно представить число  $3 \cdot n$  в виде суммы трех последовательных натуральных чисел, то это числа  $n - 1$ ,  $n$ ,  $n + 1$ . Проверим, что сумма этих чисел равна  $3 \cdot n$ :

$$n - 1 + n + n + 1 = (n + n + n) - 1 + 1 = 3 \cdot n.$$

Утверждение доказано.

*Второе доказательство.* Пусть исходное число равно  $3n$ , где  $n$  – натуральное число. Разделим исходное число на 3. Получили  $n$ . Рассмотрим три числа:  $n - 1$ ,  $n$  и  $n + 1$ . Тогда эти числа последовательные натуральные числа и их сумма равна  $3n$ .

Утверждение доказано.

Какое доказательство, по вашему мнению, интереснее? Почему?

**Задание 5.** Ученикам был задан вопрос: Можно ли число 8 представить в виде суммы последовательных натуральных чисел? Попробуйте найти ответ на данный вопрос.

**Задание 6.** Можно ли число 16 представить в виде суммы последовательных натуральных чисел?

**Задание 7.** Попробуйте обобщить результаты выполнения заданий 5 и 6.

**Задание 8.** Число 15 можно представить в виде суммы так:  $15 = 4 + 5 + 6$ .

1. Можно ли число 15 представить в виде суммы двух последовательных натуральных чисел?

2. Можно ли число 15 представить в виде суммы четырех последовательных натуральных чисел?

3. Можно ли число 15 представить в виде суммы пяти последовательных натуральных чисел?

4. Докажите, что число 15 нельзя представить в виде суммы последовательных натуральных чисел, в которых больше пяти слагаемых.

**Задание 9.** Из анализа представления числа 15 в виде суммы последовательных натуральных чисел возникают новые вопросы: Какие натуральные числа можно представить в виде суммы последовательных натуральных чисел двумя разными способами? Существуют ли натуральные числа, которые можно записать в виде суммы последовательных натуральных чисел более чем двумя способами?

**Задание 10.** Предложите ответ на такой вопрос: В каком случае число можно представить в виде суммы четырех последовательных натуральных чисел?

**Задание 11.** Попробуйте дать ответ на такой вопрос: В каком случае число можно представить в виде суммы пяти последовательных натуральных чисел?

По результатам этого исследования подготовьте сообщение на тему «О представлении натуральных чисел в виде суммы последовательных натуральных чисел».

### **Исследование 3** **Использование признаков делимости**

**Задание 1.** Дано число 4921508.

1. Делится ли это число на 9?
2. Какое наименьшее число цифр можно вычеркнуть, чтобы получилось число, которое делится на 9?
3. Произвольным образом переставили цифры в исходном числе. Изменится ли ответ в задаче о вычеркивании цифр в новом числе? Сравните цифры при первом и втором вычеркиваниях.
4. Какой может быть цифра  $a$  в числе  $a921508$ , если известно, что в этом числе можно вычеркнуть одну цифру так, что получится число, которое делится на 9?

*Признак делимости на 11.* Число делится на 11 тогда и только тогда, когда сумма его цифр, стоящих на нечетных местах, либо равна сумме цифр, стоящих на четных местах, либо отличается от нее на число, кратное 11.

**Задание 2.** 1. Делится ли число 4921508 на 11?

2. Можно ли, вычеркнув из числа 4921508 одну цифру, получить число, которое делится на 11?

3. Какое наименьшее число цифр нужно вычеркнуть из числа 4921508, чтобы оно делилось на 11?

4. Какой может быть цифра  $a$  в числе  $a921508$ , если известно, что в этом числе можно вычеркнуть одну цифру так, что получится число, которое делится на 11?

**Задание 3.** 1. Рассмотрите число 50300. Покажите, что после любой замены одной цифры этого числа, получится составное число. Сравните свои рассуждения со следующими.

Если изменять цифры в старших разрядах, не меняя числа в разряде единиц, то будем получать число, которое оканчивается 0. Это число делится на 10, поэтому получаем после таких замен составные числа.

Изучим числа, которые получаются после замены нуля в разряде единиц:

– ноль меняем на 1. Получаем число 50301. Оно составное: делится на 3;

– ноль меняем на 2, 4, 6, 8. После таких замен получаем четные числа. Следовательно, получаем составное число;

– ноль меняем на 3. Получаем число 50303. Это число делится на 11 (проверьте самостоятельно), поэтому получили составное число;

– ноль меняем на 5. Получаем число 50305. Это число делится на 5, поэтому получили составное число;

– ноль меняем на 7. Получили число 50307. Так как сумма цифр этого числа равна 15, то число 50307 является составным;

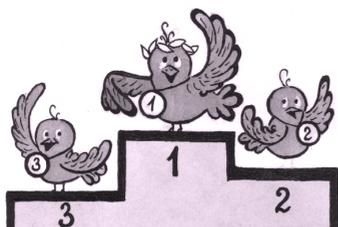
– ноль меняем на 9. Получаем число 50309. Это число делится на 7 (проверьте самостоятельно), поэтому получили составное число.

Утверждение доказано.

2. Найдите число, которое меньше числа 50300 и которое обладает тем же свойством: после замены цифры на любую другую цифру получаем составное число.

3. Найдите наименьшее натуральное число, которое обладает таким свойством: составное число, которое остается составным, если в нем изменить одну любую его цифру.

4. Подготовьте сообщение на тему «Признаки делимости».



## ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

В этом разделе предлагаются задания для подготовки к олимпиадам и конкурсам по математике.

**Задание 1.** К двузначному числу приписано такое же число. Может ли полученное четырехзначное число быть простым?

**Задание 2.** 10 кошек поймали 44 мыши.

а) Докажите, что найдется кошка, поймавшая по крайней мере 5 мышей.

б) Докажите, что найдется хотя бы 2 кошки, поймавшие одинаковое количество мышей (может быть, что и ни одной мыши).

**Задание 3.** Учитель задал сложную задачу. В результате количество мальчиков, решивших эту задачу, оказалось равным количеству девочек, ее не решивших. Кого в классе больше – решивших задачу или девочек?

**Задание 4.** После семи стирок и длина, и ширина, и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска?

**Задание 5.** Одно из следующих утверждений о числе неверно, а три верные: 1) оно двузначное; 2) оно простое; 3) оно является полным квадратом; 4) оно делится на 5. Найдите это число. (Число  $A$  является полным квадратом, если его можно записать так:  $A = B \times B$ , где  $B$  – натуральное число).

**Задание 6.** Найдите наименьшее натуральное число, вычеркиванием цифр из записи которого можно получить запись любого натурального числа от 1 до 31.

**Задание 7.** По контракту работник должен был получать 100 рублей в день. За прогул из его заработка вычитали 25 рублей. Через 30 дней выяснилось, что работник ничего не заработал. Сколько дней он работал?

**Задание 8.** На уроке физкультуры весь класс выстроился в шеренгу. Сначала учитель велел рассчитаться на «первый, второй, третий», и каждый третий сделал шаг вперед. По второй команде каждый пятый из оставшихся сделал шаг назад. После этого в строю осталось 16 человек. Сколько учеников было в классе?

**Задание 9.** Четыре девочки – Катя, Лена, Маша и Нина – участвовали в концерте. Они пели песни. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен – больше, чем каждая из остальных, а Лена – 5 песен – меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?

**Задание 10.** Есть 6 одинаковых на вид монет, из которых 2 – фальшивые, весящие меньше настоящих. Определить обе фальшивые монеты за 3 взвешивания.

**Задание 11.** Один из пяти братьев испек маме пирог. Никита сказал: «Это Глеб или Игорь». Глеб сказал: «Это сделал не я и не Дима». Игорь сказал: «Вы оба соврали». Андрей сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой обманул». Дима сказал: «Нет, Андрей, ты не прав». Мама знает, что трое из ее сыновей всегда говорят правду. Кто испек пирог?

**Задание 12.** Шестиклассники решили пойти в поход. Первоначально девочек было 25% от числа всех участников. Но одна девочка не пришла, а вместо неё

пришёл один мальчик, и тогда уже число девочек составило только 20% от числа всех участников. Сколько девочек и сколько мальчиков участвовало в походе?

**Задание 13.** В классе учится меньше, чем 50 школьников. За контрольную работу седьмая часть учеников получила пятерки, третья – четверки, половина – тройки. Остальные работы были оценены, как неудовлетворительные. Сколько было таких работ?

**Задание 14.** Двое по очереди ставят ладей на шахматную доску так, чтобы ладьи не били друг друга (запаса ладей хватит, чтобы заставить ими всю доску). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

**Задание 15.** Украшая кабинет к Новому году, одноклассники поручили Васе сделать снег из белого листа бумаги. Для этого Вася порвал лист, причем каждый попадающийся ему кусок он рвал на 4 части. Могло ли получиться

а) ровно 2008 кусков? б) 2009 кусков?

### *Указания*

**Задание 1.** Запишите общий вид получившегося числа и подумайте, можно ли разложить его на множители.

**Задание 2.** а) Используйте способ доказательства «от противного».

б) Доказывайте «от противного», расположив кошек в порядке возрастания количества пойманных ими мышей.

**Задание 3.** Разбейте всех школьников на 4 группы: всех мальчиков на решивших и не решивших задачу, и всех девочек на решивших и не решивших задачу.

**Задание 4.** Определите, какую часть первоначальной массы потеряло мыло после семи стирок.

**Задание 5.** Выясните, могут ли утверждения 2 и 3 быть верными одновременно. Так вы узнаете, какие утверждения из оставшихся верны.

**Задание 6.** Определите, какие цифры должны присутствовать в записи этого числа, а также сколько раз и в какой последовательности они должны встречаться.

**Задание 7.** Найдите соотношение количества отработанных дней и прогулов.

**Задание 8.** Посчитайте, какую часть от числа учеников в классе составляет число оставшихся в строю после первой команды и после второй команды.

**Задание 9.** Введите 3 переменные: количество всех спетых песен, количество песен, спетых Машей и количество песен, спетых Ниной. Сложите количества песен, спетых каждой из девочек и подумайте, к какой величине можно приравнять эту сумму.

**Задание 10.** Пронумеруйте монеты числами от 1 до 6 и разбейте все монеты на 3 группы по 2 монеты.

**Задание 11.** Сначала определите, может ли сказанное Игорем быть правдой. Затем проверьте высказывание Андрея.

**Задание 12.** Определите, во сколько раз мальчиков было больше, чем девочек до похода, в начале похода, составьте и решите уравнение.

**Задание 13.** Выясните, на какие числа должно делиться количество учеников в классе.

**Задание 14.** Определите, как с каждым ходом меняется количество вертикалей и количество горизонталей, на которые можно поставить очередную ладью.

**Задание 15.** Найдите, как меняется количество кусков, на которые порван лист, после очередного порванного куска.

## Решения олимпиадных задач

**Задание 1. Ответ:** Не может.

**Решение.** Пусть  $ab$  – двузначное число ( $a$  – число десятков,  $b$  – число единиц). Припишем к нему такое же число, получим число  $abab$ , которое можно представить в виде произведения  $101 \cdot ab$ . Значит, это число составное.

**Задание 2. а)** Если бы каждая кошка поймала не больше четырёх мышей, то все кошки поймали бы не больше сорока мышей, что противоречит условию задачи. Значит, хотя бы одна кошка поймала больше четырёх мышей, то есть, по крайней мере, пять.

**б)** Предположим, что утверждение задачи не верно, и все кошки поймали разное количество мышей. Пронумеруем кошек числами от 1 до 10 в порядке возрастания количества пойманных ими мышей. Тогда первая кошка поймала не меньше нуля мышей, вторая – не меньше одной, третья – не меньше двух, и т.д., десятая – не меньше девяти. Тогда все кошки вместе поймали не меньше чем  $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$  мышей, что противоречит условию задачи. Следовательно, утверждение задачи верно.

**Задание 3. Ответ:** Поровну.

**Решение.** Пусть  $a$  – количество мальчиков, решивших задачу,  $b$  – количество мальчиков, не решивших задачу,  $c$  – количество девочек, решивших задачу,  $d$  – количество девочек, не решивших задачу. Количество учеников, решивших задачу, равно  $a + c$ , а количество девочек  $d + c$ . По условию  $a = d$ , следовательно, учеников, решивших задачу, и девочек поровну.

**Задание 4. Ответ:** На одну стирку.

**Решение.** Так как каждое измерение куска мыла (длина, ширина и высота) уменьшилось вдвое, то объём и масса мыла уменьшились в 8 раз ( $2 \times 2 \times 2$ ). Значит,

за 7 стирок мыло потеряло  $\frac{7}{8}$  своей массы. Поскольку за каждую стирку мыло теряет одну и ту же массу, то за одну стирку уходит  $\frac{1}{8}$  от первоначальной массы мыла, и раз после 7 стирок осталась  $\frac{1}{8}$  от первоначальной массы мыла, то за восьмую стирку мыло израсходуется полностью.

**Задание 5. Ответ: 25.**

**Решение.** Обозначим это число буквой  $N$ . Поскольку простое число не может быть полным квадратом, одно из утверждений 2 или 3 неверно. Значит, утверждения 1 и 4 верные, и  $N$  – двузначное число, делящееся на 5. Тогда оно составное, поэтому утверждение 2 – неверно, а 3 – верно, то есть, это число – полный квадрат. Значит,  $N$  делится на 25, а из всех двузначных чисел, делящихся на 25, полным квадратом является только число 25.

**Задание 6. Ответ: 122301456789.**

**Решение.** Обозначим искомое число  $N$ . В записи числа  $N$  должны присутствовать все цифры от 0 до 9, причём цифры 1 и 2 как минимум дважды (так как из этого числа можно получить числа 11 и 22 вычёркиванием его цифр), значит, такое число записывается при помощи как минимум 12 цифр. Найдём наименьшее возможное двенадцатизначное число, записываемое цифрами 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Наименьшая возможная цифра на первом месте – 1. Так как из этого числа можно получить числа 20, 21, 30 и 31, то 0 и вторая единица должны стоять правее двойки и тройки, значит, на втором и третьем местах не могут стоять 0 или 1. Следовательно, наименьшая цифра на втором месте – 2, на третьем – 2, на четвёртом – 3. Расставляя оставшиеся цифры в порядке возрастания, получим искомое число – 122301456789.

**Задание 7. Ответ: 6 дней.**

**Решение.** Из условия следует, что сумма всех заработанных денег равна сумме вычтенных из заработка. Значит, на каждый день работы приходилось 4 дня прогулов ( $100 = 25 \times 4$ ). Следовательно, количество рабочих дней составляло  $1/5$  от общего количества дней, то есть 6 дней.

**Задание 8. Ответ:** 30 учеников.

**Решение.** После первой команды в строю осталось  $2/3$  от общего количества учеников, после второй команды в строю осталось  $4/5$  от оставшихся после первой, то есть  $4/5 \times 2/3 = 8/15$  от общего количества учеников. Значит,  $8/15$  от числа всех учеников равно 16. Следовательно, учеников в классе было  $16 \times (15/8) = 30$ .

**Задание 9. Ответ:** 9 песен.

**Решение.** Пусть  $X$  – количество всех спетых песен,  $A$  песен спела Маша и  $B$  песен – Нина. Так как каждую песню пели 3 девочки, то, если сложить количества песен, спетых каждой из девочек, то получим  $8 + 5 + A + B = 3X$ , причём  $6 \leq A \leq 7$ ,  $6 \leq B \leq 7$ . Тогда  $25 = 8 + 5 + 6 + 6 \leq 3X \leq 8 + 5 + 7 + 7 = 27$ . Поскольку единственное число, не меньшее 25, не большее 27 и кратное трём – это 27, то  $3X = 27$ ,  $X = 9$ ,  $A = B = 7$ . Осталось привести пример, показывающий, что такой случай возможен.

*Номер песни*                      *Состав исполнителей*

1	Катя, Маша, Нина
2	Катя, Маша, Нина
3	Катя, Маша, Нина
4	Катя, Маша, Нина
5	Катя, Маша, Лена
6	Катя, Маша, Лена
7	Катя, Нина, Лена
8	Катя, Нина, Лена
9	Маша, Нина, Лена

**Задание 10.** Пронумеруем монеты числами от 1 до 6. В первом взвешивании на одну чашу весов положим монеты 1 и 2, на вторую – 3 и 4. Разберём случай, когда одна чаша перевесила. Допустим, на перевесившей чаше лежат монеты 1 и 2. Тогда эти монеты – настоящие, а одна или две монеты из монет 3 и 4 – фальшивые. Покажем, что за 2 оставшихся взвешивания можно определить 2 фальшивые монеты. Взвесим монету 1 (настоящая) с монетой 3. Возможны 2 варианта.

А) Если весы уравнились, то монета 3 – тоже настоящая, монета 4 – фальшивая. После этого взвешиваем монету 1 с монетой 5. Если весы в равновесии, то монета 5 – тоже настоящая, а 6 – фальшивая. Если монета 1 перевесила, то 5 – фальшивая. За 3 взвешивания нашли 2 фальшивых монеты.

Б) Если монета 1 перевесила, то монета 3 – фальшивая, а монета 4 – под подозрением. После этого взвешиваем монету 5 с монетой 6. Если весы в равновесии, то 5 и 6 – настоящие, а монета 4 – фальшивая. Если перевесила монета 5, то 6 – фальшивая, если перевесила монета 6, то 5 – фальшивая.

Итак, случай, когда при первом взвешивании одна чаша перевесила, разобран полностью.

Разберём случай, когда при первом взвешивании весы остались в равновесии. Тогда либо на каждой чаше находится по одной фальшивой монете, а монеты 5 и 6 – настоящие (случай I), либо все монеты на весах настоящие, а фальшивые – 5 и 6 (случай II). Взвесим тогда монеты 1 и 5. Возможны 3 исхода взвешивания: В, Г и Д.

В) Перевесила монета 1. Тогда 5 – фальшивая, следовательно, имеет место случай II, и монета 6 – тоже фальшивая. Третье взвешивание не понадобилось.

Г) Весы остались в равновесии. Значит, монеты на весах обе настоящие (обе фальшивыми они быть не могут, так как тогда имел бы место случай II и монета 6 тоже была бы фальшивая). Следовательно, имеет место случай I, монеты 1, 5 и 6 – настоящие, 2 – фальшивая, и под подозрением остаются монеты 3 и 4. Взвешиваем монеты 3 и 4. Если монета 3 перевесила, то 4 – фальшивая, если монета 4 перевесила, то 3 – фальшивая

Д) Перевесила монета 5. Тогда 5 – настоящая (случай I), 6 – тоже настоящая, 1 – фальшивая, 2 – настоящая, и под подозрением остаются монеты 3 и 4. Третье взвешивание производим такое же, как и в случае Г.

Все случаи разобраны, трёх взвешиваний достаточно.

**Задание 11. Ответ: Игорь.**

**Решение.** Если Игорь сказал правду, то выходит, что Никита, Глеб и Андрей солгали, а правду сказали не больше двух ребят. Это противоречит условию, что трое из них никогда не лгут. Значит, Игорь солгал. Если Андрей сказал правду, значит, солгал Дима и ещё один из мальчиков: Никита или Глеб. Тогда набирается уже трое солгавших, что противоречит условию задачи. Следовательно, солгали двое: Игорь и Андрей, а остальные сказали правду. По словам Никиты, пирог испёк Глеб или Игорь, а поскольку Глеб сказал, что это сделал не он, то остаётся единственный вариант – Игорь.

**Задание 12. Ответ: 4 девочки и 16 мальчиков.**

**Решение.** Пусть  $X$  – первоначальное количество девочек. Поскольку их число составляло 25% от общего числа детей, то число мальчиков первоначально составляло 75% от общего числа, значит, их было в 3 раза больше, чем девочек, то есть,  $3x$ . В поход пошли  $X - 1$  девочка и  $3X + 1$  мальчик, причём их про-

центное соотношение было 20% к 80%, то есть, мальчиков стало в 4 раза больше, чем девочек. Решая уравнение  $3X + 1 = 4(X - 1)$ , получаем  $X = 5$ . Следовательно, в поход пошли 4 девочки и 16 мальчиков.

**Задание 13. Ответ:** 1 работа.

**Решение.** Из условия задачи следует, что количество учеников в классе делится на 7, на 3 и на 2, а так как эти числа – взаимно простые, то оно делится и на произведение этих чисел, то есть, на число 42. Единственное число, меньшее, чем 50 и делящееся на 42, – это 42. Следовательно, в классе – 42 ученика, пятёрки получили 6 человек ( $6 = 42/7$ ), четвёрки – 14 человек ( $14 = 42/3$ ), тройки – 21 человек, а двойку – 1 человек ( $1 = 42 - 6 - 14 - 21$ ).

**Задание 14. Ответ:** Второй игрок.

**Решение.** После каждого хода и количество вертикалей, и количество горизонталей, на которые можно поставить ладей, уменьшается на 1. Поэтому игра будет продолжаться ровно 8 ходов (независимо от того, как будут ходить игроки). Последний, выигрышный ход будет сделан вторым игроком.

**Задание 15. Ответ:** а) Могло; б) не могло.

**Решение.** После того, как Вася рвет на 4 части очередной кусок листа, число кусков увеличивается на 3. Поскольку вначале лист бумаги являлся одним куском, то число образовавшихся кусков при делении на 3 должно давать остаток 1. Число 2008 при делении на 3 дает остаток 1, а число 2009 дает остаток 2. Следовательно, 2008 кусков могло получиться, а 2009 – нет.

**При подготовке рабочей тетради  
была использована литература**

1. Прельман Я.И. Занимательная арифметика. М.: АО «СТОЛЕТИЕ», 1994.
2. Математика. Учебное пособие для 6 класса общеобразовательных учреждений / Э.Г. Гельфман и др. Ч. 2. М.: «Просвещение», 2005.
3. Петер Р. Игра с бесконечностью. М.: «Просвещение», 1968.
4. Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. и др. Математика: Учебное пособие для 6 класса общеобразовательных учреждений / Под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. 7-е изд., перераб. М.: «Просвещение», 2004.
5. Киселев А.П. Систематический курс арифметики. Орел: Изд-во Орловского ГУ, 2002. 264 с.